

Si vuole simulare il moto di un paracadutista che viene lanciato da un aereo in volo a 1200 metri di altitudine. L'equazione che regola il moto del paracadutista è la seguente:

$$\begin{cases} my''(t) + k(t)y'(t) + mg = 0 \\ y(0) = 1200 \\ y'(0) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

dove $y(t)$ rappresenta la quota (in metri) a cui si trova il paracadutista al tempo t , m è la massa (in Kg) del paracadutista (comprensiva del peso del paracadute), $k(t)$ è il coefficiente di resistenza dell'aria e $g = 9.8m/s^2$ è l'accelerazione di gravità.

Sia t_p l'istante in cui viene aperto il paracadute, si supponga che il coefficiente di resistenza dell'aria valga $k(t) = k_1 = 180/11$ per $t < t_p$, e $k(t) = k_2 = 180$ per $t \geq t_p$. Inoltre si consideri $m = 90$.

Scrivere un M-file con le istruzioni matlab necessarie per rispondere ai seguenti quesiti.

1) Risolvere numericamente il problema (1) sull'intervallo $[0, 150]$ supponendo che il paracadute venga aperto nell'istante $t_p = 15$, utilizzando il metodo di Eulero esplicito con passo $h = 0.1$, rappresentare graficamente lo spostamento $y(t)$ e la velocità $y'(t)$ su due grafici diversi. Quale velocità è assunta dal paracadutista al momento dell'atterraggio?

2) Risolvere numericamente il problema (1) sull'intervallo $[0, 30]$ supponendo che il paracadute non venga aperto, utilizzando il metodo di Eulero esplicito con passo $h = 0.1$ e rappresentare graficamente lo spostamento $y(t)$ e la velocità $y'(t)$ sugli stessi grafici delle soluzioni del passo precedente.

3) Determinare teoricamente la limitazione su h affinché la soluzione numerica del problema al punto 1 (ovvero con l'apertura del paracadute), calcolata con Adams Bashfort non presenti oscillazioni persistenti dovute all'assenza di assoluta stabilità .

Verificare sperimentalmente la validità della limitazione trovata.

Le stesse limitazioni valgono anche per la situazione in cui non viene aperto il paracadute? Commentare la risposta.