

L'attrattore di Lorenz fu proposto e studiato dal meteorologo Ed N. Lorenz attorno al 1963. Tale attrattore è un modello matematico che permette di simulare la turbolenza atmosferica in una regione d'aria all'interno di un cumulo di nubi.

Il sistema di equazioni che regola tale modello è un sistema di 3 equazioni differenziali ordinarie:

$$\begin{cases} x'(t) = a(y(t) - x(t)) & t \geq 0 \\ y'(t) = x(t) * (b - z(t)) - y(t) & t \geq 0 \\ z'(t) = x(t)y(t) - cz(t) & t \geq 0 \\ x(0) = x_0 \\ y(0) = y_0 \\ z(0) = z_0 \end{cases}$$

dove  $a, b, c \in \mathbb{R}$  sono tre parametri costanti.

Una scelta usuale dei parametri è:  $a = 10, b = 28, c = 8/3$ .

Il sistema non ha cicli limite e nemmeno stati stazionari, al contrario è un esempio di caos deterministico e la soluzione  $(x(t), y(t), z(t))$  è molto sensibile alle condizioni iniziali.

1. Inizialmente si scelgano  $x_0 = -7, y_0 = 8, z_0 = 29$  e  $T = 50$ . Approssimare la soluzione numerica del sistema dato con il metodo di Eulero Esplicito. Determinare empiricamente una limitazione su  $h$  affinché si abbia assoluta stabilità.

Per la rappresentazione grafica della soluzione utilizzare il comando `plot3` e poi una opportuna modifica della function `tempo.m` (di fatto bisogna modificare `tempo.m` passando dal caso bidimensionale a quello tridimensionale).

2. Con gli stessi dati iniziali del passo precedente, approssimare la soluzione numerica del sistema dato con il metodo predictor-corrector AB2-AM3. Determinare empiricamente una limitazione su  $h$  affinché si abbia assoluta stabilità ed una limitazione su  $h$  affinché non si abbia dissipazione numerica.

3. Non conoscendo l'espressione analitica della soluzione del sistema, a parità di  $h$  è preferibile la soluzione ottenuta con EE o quella ottenuta con AB2-AM3?

L'unica cosa che è possibile calcolare sono le coordinate dei fuochi dell'attrattore, risolvendo il sistema di equazioni algebriche non lineari

$$\begin{cases} a(y(t) - x(t)) = 0 \\ x(t) * (b - z(t)) - y(t) = 0 \\ x(t)y(t) - cz(t) = 0 \end{cases}$$

4. Operare alcune simulazioni, variando i dati iniziali, facendo uso della function `rand` di Matlab.