

Secondo Test di Calcolo Numerico - A.A. 2000/2001
15 Gennaio 2001

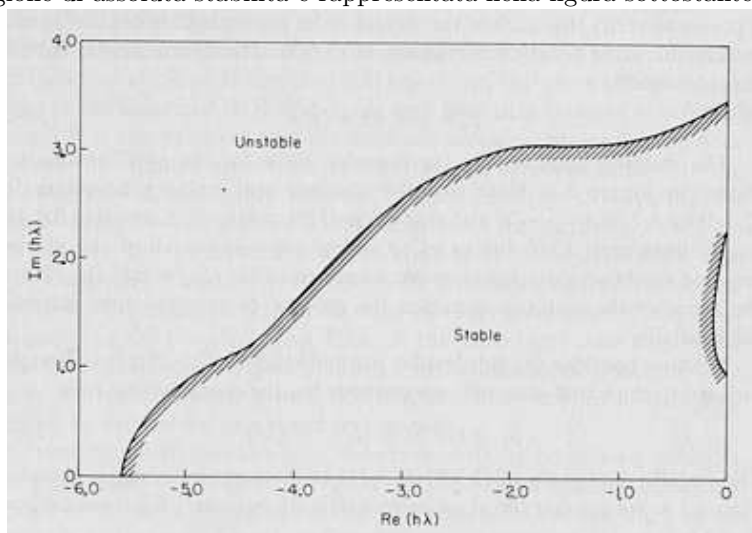
Si consideri il seguente problema di Cauchy del secondo ordine:

$$\begin{cases} \phi''(t) + \mu\phi'(t) + \omega^2\phi(t) = E\pi \cos(120\pi t) & t > 0 \\ \phi(0) = 1 \\ \phi'(0) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

essendo μ , ω^2 , E costanti non negative assegnate.

Tale sistema descrive il moto di un punto sottoposto ad una forza elastica, ad una forza resistente di tipo viscoso, e ad una forza impressa sul sistema di tipo cosinusoidale.

Si consideri il metodo implementato nella function `lawson.m`, un metodo di tipo Runge-Kutta esplicito a 6 stadi, la cui regione di assoluta stabilità è rappresentata nella figura sottostante.



Punto 1.

Si prendano $\mu = 0$, $\omega^2 = 4$ e $E = 0$ in (1), ovvero si supponga che la forza viscosa e la forza impressa siano nulle. Sapendo che la soluzione analitica di (1) è $\phi(t) = \cos(2t)$, determinare sperimentalmente l'ordine di convergenza del metodo di Lawson.

Giustificare il comportamento “anomalo” dell'errore per $h < 0.005$.

Punto 2.

Sempre per $\mu = 0$, $\omega^2 = 4$ e $E = 0$, determinare sperimentalmente limitazioni su h affinché il metodo di Lawson sia assolutamente stabile. Lavorare con $0 < t \leq 100$.

Punto 3.

Si consideri ora $\mu = 101$, $\omega^2 = 100$, $E = 0$, ovvero si abbiano una forza viscosa ed una forza elastica. Fornire limitazioni su h affinché si abbia un errore sulla soluzione esatta in $t = 5$ pari a 10^{-5} , sapendo che la soluzione analitica è $\phi(t) = C_1 e^{-t} + C_2 e^{-100t}$, con $C_1 = 100/99$ e $C_2 = -1/99$.

Commentare i risultati ottenuti e descrivere la natura del problema.