

Calcolo Scientifico, A.A. 2022/23
Appello 14 aprile 2023

Tutte le function sono scaricabili dalla pagina paola-gervasio.unibs.it/CS/MATLAB.

Esercizio 1. Si vuole approssimare l'integrale

$$I = \int_{-1}^4 \log(x + e^{-x}) dx$$

con la formula composta dei trapezi.

Punto 1.1 Calcolare l'integrale utilizzando 51 punti equispaziati e stimare l'errore che si commette.

Punto 1.2 Determinare il minimo numero di intervalli M per cui l'integrale calcolato con la formula composta dei trapezi su M intervalli approssimi l'integrale esatto con al più un errore pari a 10^{-5} .

Punto 1.3 Quale altra formula di quadratura più accurata potrebbe essere utilizzata per approssimare l'integrale dato?

Esercizio 2. Si vuole approssimare la soluzione $\mathbf{y}(t) = [y_1(t), y_2(t), y_3(t)]$ del sistema di equazioni differenziali che modella un processo biologico

$$\begin{cases} y_1'(t) = \frac{1}{1 + (y_3(t))^9} - 0.2y_1(t) \\ y_2'(t) = y_1(t) - 0.2y_2(t) \\ y_3'(t) = y_2(t) - 0.2y_3(t) \end{cases}$$

al variare del tempo $t \in [0, 100]$ e con condizioni iniziali $y_1(0) = 0.2$, $y_2(0) = 1$, $y_3(0) = 2$.

Punto 2.1 Risolvere il sistema con il metodo di Eulero esplicito (`eulero_esp.m`) prendendo passo di discretizzazione $h = 1, 0.8, 0.5, 0.1, 0.01, 0.005$.

Quindi rappresentare le tre componenti della soluzione numerica su tre subplot diversi di una stessa finestra grafica, sul primo subplot ci sarà la componente $y_1(t)$ per tutti i valori di h , sul secondo subplot la componente $y_2(t)$ per tutti i valori di h , e via dicendo.

- Dire quale valore di h fornisce la soluzione più accurata, giustificando la risposta;
- può essere considerata accettabile la soluzione calcolata con $h = 0.1$? Giustificare la risposta.

Punto 2.2 Ripetere il lavoro svolto al punto 2.1, ma richiamando ora il metodo di Eulero implicito (scaricare `eulero_imp_s.m` e `broyden.m`).

- Dire quale valore di h fornisce la soluzione più accurata, giustificando la risposta;
- può essere considerata accettabile la soluzione calcolata con $h = 0.1$? Giustificare la risposta;
- Quando $h = 0.005$, è più vantaggioso risolvere il problema con Eulero esplicito o con Eulero implicito?

Punto 2.3 Risolvere il sistema con il metodo RK4 (`rk4.m`) prendendo $h = 1$ e confrontare la soluzione appena calcolata con le soluzioni ottenute con i metodi di Eulero ed $h = 0.005$ (plottandole su uno stesso grafico). Commentare i risultati ottenuti sia per quanto riguarda l'accuratezza, sia per quanto concerne il costo computazionale.

Domanda 1.

L'interpolazione globale di Lagrange:

1. quali sono i dati e cosa si cerca,
2. scrivere l'espressione del polinomio interpolatore nella base dei monomi e nella base di Lagrange,
3. discutere le sue proprietà di approssimazione riguardo alla scelta dei nodi di interpolazione,
4. quali sono le sue applicazioni nell'ambito degli altri argomenti del corso.

Domanda 2.

Metodi diretti per risolvere sistemi lineari:

1. caratteristiche di un metodo diretto (in contrapposizione a quelle dei metodi iterativi),
2. quando è preferibile applicare metodi diretti rispetto ai metodi iterativi,
3. descrivere un metodo diretto visto a lezione specificando anche a quali sistemi si può applicare.