Calcolo Numerico A, A.A. 2006/07
Appello 6 luglio 2007

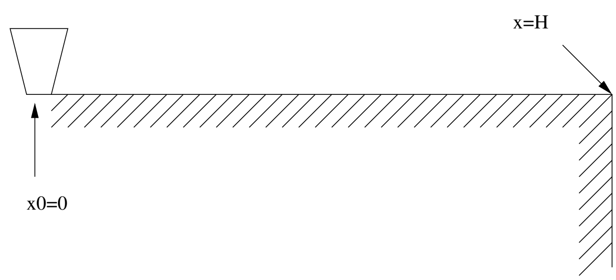
Esercizio 1. Si consideri il seguente sistema non lineare di incognita $\mathbf{x} = [x_1, x_2]^T$:

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \begin{cases} \tan x_1 - 0.3(2\sin x_1 + \sin x_2) = 0 \\ \tan x_2 - 0.6(\sin x_1 + \sin x_2) = 0. \end{cases} \tag{1}$$

1) Si localizzino graficamente le radici del sistema interne a $\Omega = (-\pi/2, \pi/2)^2$.

2) Si calcolino le radici del sistema (1) interne a $\Omega = (-\pi/2, \pi/2)^2$ con il metodo di Newton (`http://paola-gervasio.unibs.it/CS/matlab/newtons.m`), prendendo come tolleranza per il test d'arresto $\varepsilon = 10^{-8}$ e scegliendo opportunamente il dato iniziale.

Esercizio 2 Si consideri la figura sottostante, che mostra un bicchiere di massa m che, a partire da una posizione $x_0 = 0$ all'istante $t_0 = 0$, viene spinto su un tavolo di lunghezza $L = 6.25$ metri con una certa velocità iniziale v_0.



Supponendo che la massa sia localizzata nel baricentro del bicchiere, l'equazione che regola il moto del corpo è

$$\begin{cases} m\dfrac{d^2x(t)}{dt^2} = F_a(t, x(t)), \quad t \in (0, T] \\ x(0) = x_0 \\ \dfrac{dx}{dt}(0) = v_0 \end{cases} \tag{2}$$

dove t rappresenta il tempo (in secondi), x lo spostamento (in metri) e F_a è la forza d'attrito (in Newton).

1) Si consideri la forza d'attrito seguente:

$$F_a = \begin{cases} -\gamma & \text{se } \dfrac{dx}{dt} > 0 \\ \gamma & \text{se } \dfrac{dx}{dt} < 0 \\ 0 & \text{se } \dfrac{dx}{dt} = 0. \end{cases} \tag{3}$$

Si utilizzi il metodo Runge Kutta del terzo ordine esplicito (`http://paola-gervasio.unibs.it/CS/matlab/rk3_h.m`), per risolvere l'equazione (2), con i seguenti dati: $m = 1Kg$, $\gamma = 2N$, su un intervallo temporale $(0, 3]$. Si scelga il passo di discretizzazione h in maniera opportuna (in modo da garantire stabiltà e accuratezza) e si determini la massima velocità iniziale v_0 in modo tale che il corpo non cada dal tavolo. Qual è il valore di t in cui si ferma il corpo?