Bi-CGStab per matrici non s.d.p.

È una generalizzazione del metodo del Gradiente Coniugato per matrici generiche. Ad ogni iterazione richiede 2 prodotti matrice vettore (GC ne richiede 1 solo). Se si applica Bi-CGSatb ad A s.d.p., si ritrova il GC.
Scaricare dalla pagina del corso
(`https://paola-gervasio.unibs.it/CS/MATLAB`)
`[x,relres,iter,res]=bcgstab(A,b,x0,tol,kmax);`

In output:
`x` contiene la soluzione numerica,
`relres` contiene $\|\mathbf{r}^{(k)}\|/\|\mathbf{b}\|$ all'ultima iterazione,
`iter` contiene il numero di iterazioni effettuate,
`res` contiene il vettore di tutti i valori $\|\mathbf{r}^{(k)}\|/\|\mathbf{b}\|$ al variare di $k = 1, \dots, iter$

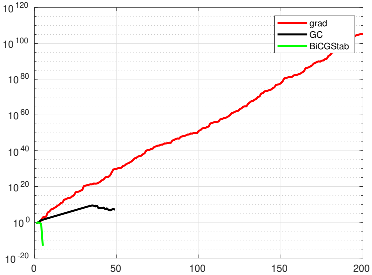
Esercizio

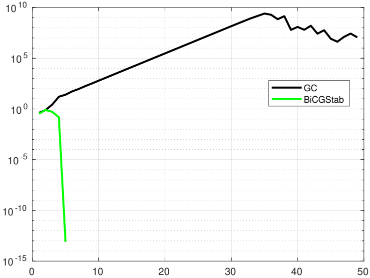
Si consideri il sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ con

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 1 & -2 & 2 & 1 \\ 0 & -3 & 3 & -2 & 1 \\ 2 & 0.5 & 5 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & -3 & 2 \\ 0.5 & -1 & 1 & 0.4 & 2 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 15 \\ 0 \\ 4 \\ 6 \\ 13.1 \end{pmatrix}$$

Risolvere $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ con il metodo del gradiente, il metodo del Gradiente Coniugato e con Bi-CGStab (`bcgstab`).
Prendere un vettore iniziale di numeri casuali `x0=rand(5,1)`, tolleranza `tol=1.e-12` e numero massimo di iterazioni `kmax=500`.
Rappresentare su uno stesso grafico in scala semilogaritmica le storie di convergenza dei tre metodi e commentare i risultati ottenuti.

Soluzione





A non è simmetrica, quindi non può essere s.d.p., di conseguenza non è detto che Grad e GC convergano per ogni scelta del vettore iniziale $\mathbf{x}^{(0)}$. Potrebbe succedere che si abbia convergenza per particolari $\mathbf{x}^{(0)}$, ma la convergenza non è garantita per ogni $\mathbf{x}^{(0)}$. Bi-CGStab invece converge in un numero di iterazioni $<=$ alla dimensione del sistema (qui 5 iterazioni).