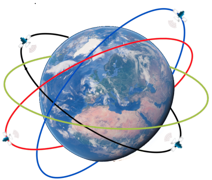
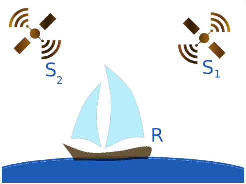
Problema di geolocalizzazione



Per geolocalizzare un ricevitore sulla superficie terrestre vengono utilizzati 4 satelliti.
I 4 satelliti inviano le proprie coordinate sferiche (θ, φ, r) e l'istante di invio del segnale t_S al ricevitore.
I dati inviati sono:

	θ	φ	r_S (metri)	t_S (msec)
S_1	$\pi/6$	$\pi/6$	$42.168 \cdot 10^6$	0.0
S_2	$2\pi/9$	$\pi/3$	$42.168 \cdot 10^6$	0.1
S_3	$5\pi/36$	$\pi/2$	$42.168 \cdot 10^6$	0.2
S_4	$\pi/3$	$2\pi/3$	$42.168 \cdot 10^6$	0.05



Il ricevitore riceve i segnali dei vari satelliti nei seguenti istanti:

dal satellite	t_R (msec)
S_1	$t_{R_1} = 120.3312573558543$
S_2	$t_{R_2} = 121.9281015231533$
S_3	$t_{R_3} = 125.5843020645584$
S_4	$t_{R_4} = 136.4331045023147$

La distanza reale tra ogni satellite ed il ricevitore sarebbe

$$d_S = c \cdot (t_R - t_S)$$

dove $c = 299792$ km/sec è la velocità della luce nel vuoto.
In realtà i tempi t_R e t_S sono affetti da un errore (incognito) di misurazione e quindi

$$d_S = c \cdot ((t_R + \delta_R) - (t_S + \delta_S)) = c \cdot (t_R - t_S) + c\delta.$$

$\delta = \delta_R - \delta_S$ è incognito.
La posizione (x_R, y_R, z_R) del ricevitore e l'errore δ sono calcolati mediante la risoluzione del sistema di equazioni non lineari

$$\begin{cases} \sqrt{(x_{S_1} - x_R)^2 + (y_{S_1} - y_R)^2 + (z_{S_1} - z_R)^2} = c(t_{R_1} - t_{S_1}) + c\delta \\ \sqrt{(x_{S_2} - x_R)^2 + (y_{S_2} - y_R)^2 + (z_{S_2} - z_R)^2} = c(t_{R_2} - t_{S_2}) + c\delta \\ \sqrt{(x_{S_3} - x_R)^2 + (y_{S_3} - y_R)^2 + (z_{S_3} - z_R)^2} = c(t_{R_3} - t_{S_3}) + c\delta \\ \sqrt{(x_{S_4} - x_R)^2 + (y_{S_4} - y_R)^2 + (z_{S_4} - z_R)^2} = c(t_{R_4} - t_{S_4}) + c\delta, \end{cases}$$

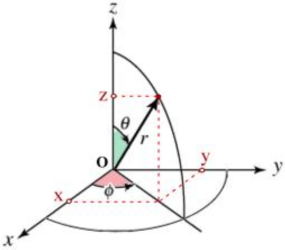
dove $(x_{S_i}, y_{S_i}, z_{S_i})$ sono le coordinate cartesiane del satellite S_i.

Consegna

Dopo aver scelto un punto iniziale $\mathbf{x}^{(0)}$ opportuno, calcolare la soluzione del sistema con il metodo di Broyden, con una tolleranza $\varepsilon = 10^{-9}$ e numero massimo di iterazioni pari a $kmax = 100$.

Conversione da coordinate sferiche a coordinate cartesiane

$$\begin{cases} x = r\sin(\theta)\cos(\varphi) \\ y = r\sin(\theta)\sin(\varphi) \\ z = r\cos(\theta) \end{cases}$$



Svolgimento

1. convertire le coordinate sferiche dei satelliti in coordinate cartesiane,
2. definire la funzione vettoriale di cui bisogna calcolare la radice,
3. definire gli altri input per il metodo di Broyden (fare il download di `paola-gervasio.unibs.it/CS/MATLAB/broyden.m`),
4. richiamare Broyden
5. rappresentare graficamente i risultati

Per rappresentare una sfera:

```
rt=6.371e6 % raggio della terra in metri
[x,y,z]=sphere; % parametrizza la sfera di
                % centro $(0,0,0)$ e r=1;
xt=x*rt; yt=y*rt; zt=z*rt;
surf(xt,yt,zt); axis equal
```

Per plottare un punto in 3D:

```
P=[1;1.2;2];
plot3(P(1),P(2),P(3),'ko',...
      'Markerfacecolor','k',...
      'Markersize',10)
```