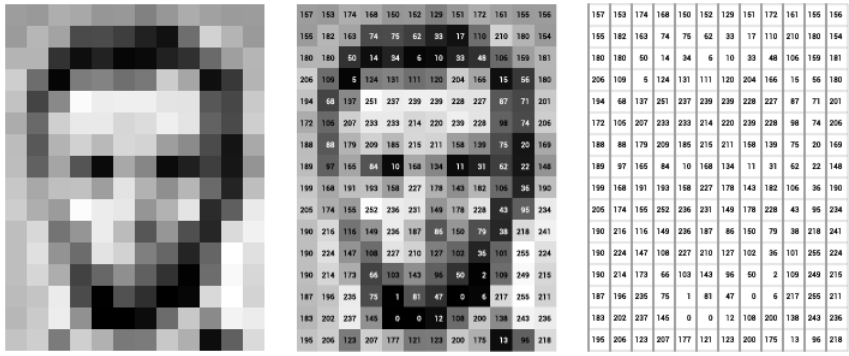
Derivazione numerica per 'Edge detection'

Data un'immagine a colori, si vogliono identificare i pixel in un intorno dei quali si ha un brusco cambiamento dell'intensità di colore, per isolare regioni diverse dell'immagine.

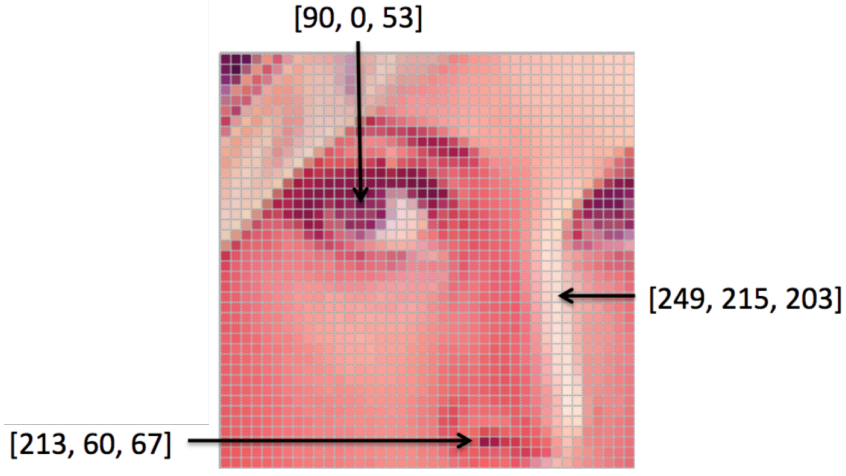
Immagini come funzioni

Ad ogni pixel di un'immagine bw è associato un valore in $[0, 255]$



https://ai.stanford.edu/∼syyeung/cvweb/tutorial1.html

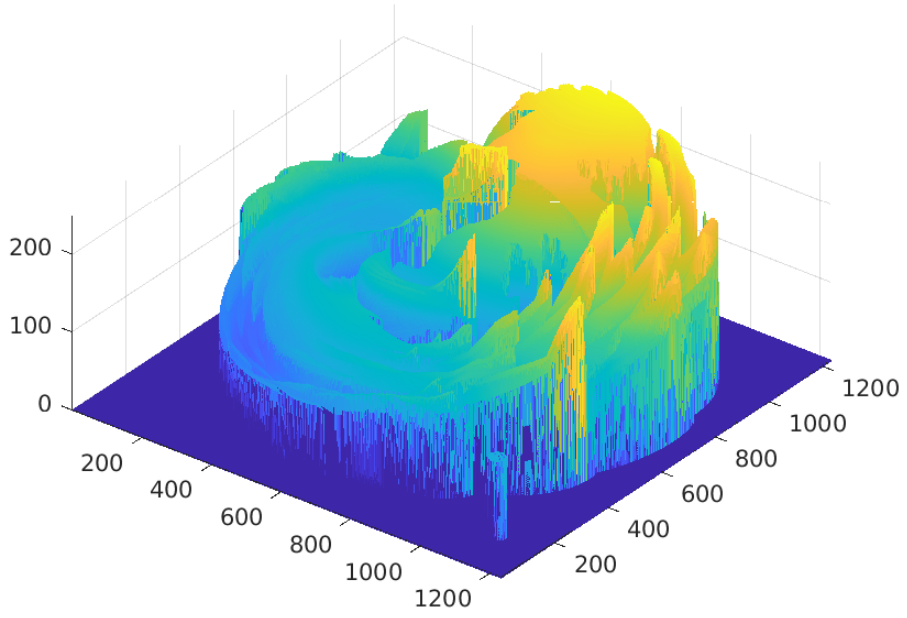
mentre ad ogni pixel di un'immagine a colori è associata una terna di valori in $[0, 255]$ corrispondenti ai tre colori RGB



https://ai.stanford.edu/∼syyeung/cvweb/tutorial1.html

pixel (j, i)	$\leftrightarrow$	punto (x, y)
intensità di colore	$\leftrightarrow$	funzione
$color(j, i)$	$\leftrightarrow$	$f(x, y)$

Immagini come funzioni



immagine

intensità di colore $= f(x, y)$

Bruschi cambi di colore in corrispondenza di forti variazioni della funzione *intensità di colore*

$\Downarrow$

voglio 'taggare' i pixel corrispondenti a $\left|\frac{\partial f}{\partial x}\right|$ e/o $\left|\frac{\partial f}{\partial y}\right|$ grandi.

Osservazioni

- Non conosciamo l'espressione della funzione

$$f(x, y) = \textit{intensita' di colore}$$

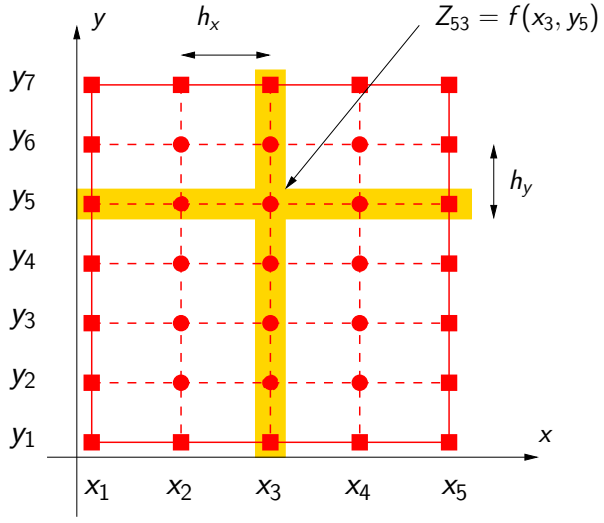
  ma ne conosciamo i valori in corrispondenza dei pixel, cioè conosciamo la funzione solo per punti.
- Dobbiamo approssimare le derivate con schemi numerici che sfruttino i valori della funzione in determinati punti (i pixel).

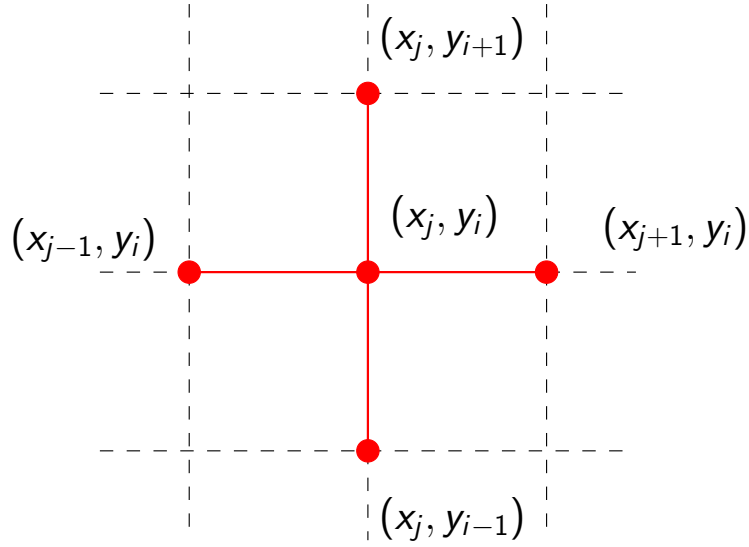
Calcolo numerico di derivate

L'intensità di colore f è nota solo per punti (nei pixel), quindi:

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x_j, y_i) \simeq \frac{f(x_{j+1}, y_i) - f(x_{j-1}, y_i)}{2h_x} \quad \text{punti su una riga fissata}$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(x_j, y_i) \simeq \frac{f(x_j, y_{i+1}) - f(x_j, y_{i-1})}{2h_y} \quad \text{punti su una colonna fissata}$$





$h_x = h_y = 1$ è la distanza tra i pixel

Come selezionare i punti dei contorni

Seleziono i pixel dove la **norma del gradiente** dell'intensità di colore si discosta molto dal suo valore medio.
Norma del gradiente di $f(x, y)$:

$$\|\nabla f(x,y)\|_2 = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}(x,y)\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}(x,y)\right)^2}$$

Immagini in matlab

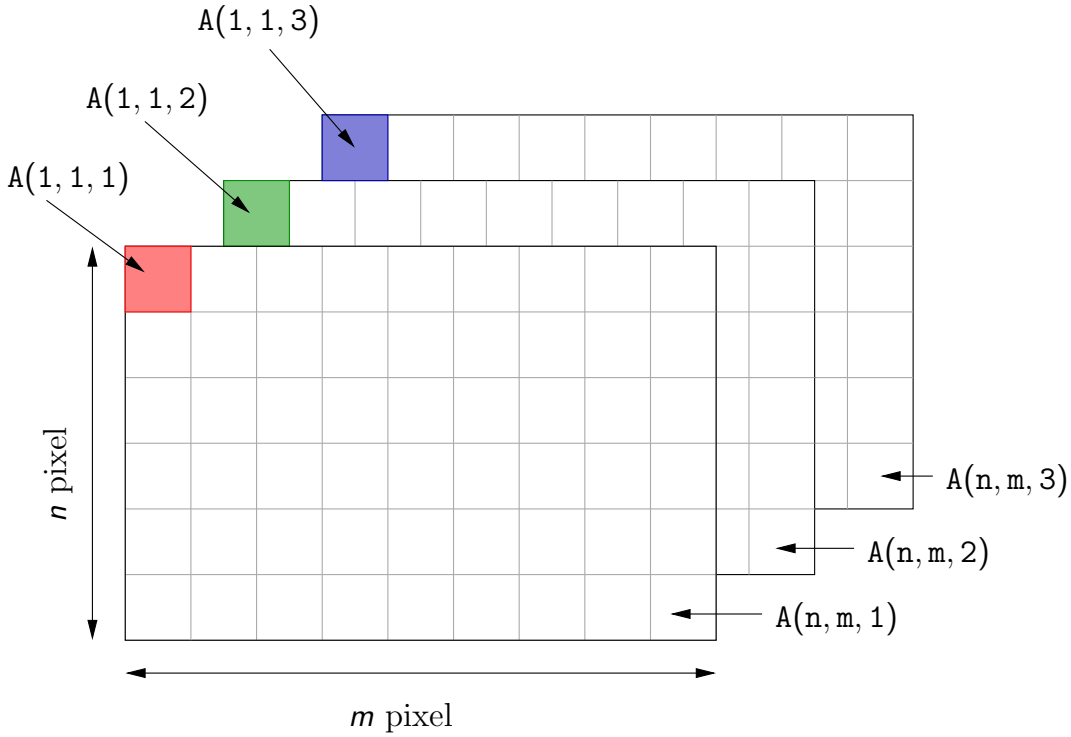
Scaricare *mozilla-logo-617.png* dalla pagina del corso.

```
% per leggere l'immagine dal file
filename='mozilla-logo-617';
type='png';
A=imread(filename,type);

% per visualizzare il contenuto di A
figure(1); clf; imshow(A);

% per salvare il contenuto di A  nel file new_image.p
imwrite(A,'new_image.png');
```

Come Matlab gestisce le immagini

Un'immagine di $m \times n$ pixel è memorizzata in un array a 3 indici

`A=(n,m,3)`



n= numero pixel lungo la y = numero di righe di `A`

m= numero pixel lungo la x = numero di colonne di `A`

Con intensità di colore nella posizione `(i,j)` definiamo la media aritmetica dei tre valori di R, G, B nel pixel `(i,j)`.

A è di tipo uint8: ogni elemento occupa 8bit e può assumere solo valori interi tra 0 e 255.

```
>> whos
  Name              Size                     Bytes  Class
  A              617x617x3                1142067  uint8

% per copiare le tre pagine di A in 3 matrici
% di tipo double (su cui fare i conti)

R=double(A(:,:,1));
G=double(A(:,:,2));
B=double(A(:,:,3));

% per calcolare la media

Z=(R+G+B)/3;
```

Per cominciare

1. visualizzare le tre componenti di `A` (R, G, B) con il comando `surf` in tre diverse figure, in rosso, verde e blue.
2. calcolare l'intensità di colore Z_{ij} e visualizzarla in una nuova finestra con il comando `mesh`.

Osservazione. Il comando

```
mesh(Z)
```

produce un'immagine ribaltata lungo y. Quindi, sostituire con

```
mesh(Z(n:-1:1,:));   % inverto l'ordine delle righe di
```

Per generare la mappa di colori su una sola componente

Definiamo una matrice nulla 64×3 e in prima colonna (corrispondente al R), salviamo 64 valori equispaziati in $[0, 1]$:

```
color=zeros(64,3);
color(:,1)=linspace(0,1,64); % prima colonna = R
```

Per rappresentare la componente rossa dell'immagine:

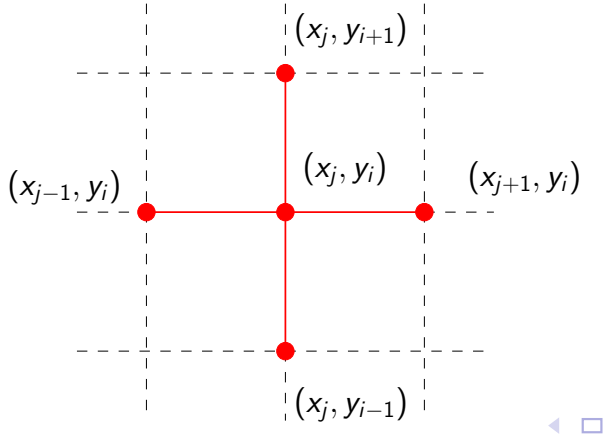
```
figure(3); clf
p=surf(R(n:-1:1,:));
% per togliere le linee nere della griglia
set(p,'Edgecolor','none')
colormap(color) % per selezionare la mappa di colori
view([0,90]) % vista dall'alto 2D
```

Procedere analogamente con gli altri colori. Ogni volta bisogna rigenerare la matrice `color`, la colonna 2 per il G, la colonna 3 per il B.

Approssimazione delle derivate parziali

Uso la formula delle differenze finite centrate. Ricordo che:
m=numero pixel lungo la direzione x (=numero colonne),
n=numero pixel lungo la direzione y (=numero righe),
non posso calcolare la d.f. centrata sui pixel della corona più esterna.

```
gx=zeros(n,m); gy=zeros(n,m);
for i=2:n-1
  for j=2:m-1
    gx(i,j)=(Z(i,j+1)-Z(i,j-1))/2;
% le righe delle immagini sono ordinate alto-basso
    gy(i,j)=-(Z(i+1,j)-Z(i-1,j))/2;
  end
end
```



Come selezionare i punti "giusti"

Sia $g(x,y) = \|\nabla f(x,y)\|_2$, e $\overline{g}$ è il valor medio di g su tutti i pixel.
Per isolare i contorni, dobbiamo selezionare i punti (x,y) in cui il valore $g(x,y)$ si discosta sensibilmente dal valor medio $\overline{g}$.
Un criterio possibile è: seleziono i punti (x,y) in cui

$$\frac{|g(x,y) - \bar{g}|}{\bar{g}} > 0.5$$

$$\Updownarrow$$

$$g(x,y) > 1.5\ \bar{g}.$$

```
% norma del gradiente
norma_grad=sqrt(gx.^2+gy.^2);
% valor medio
valor_medio_grad=sum(sum(norma_grad))/(n*m);
% inizializzo una matrice con pixel tutti bianchi
edge_grad=255*uint8(ones(n,m));
% se la norma del gradiente in un pixel e' alta,
%     salvo uno 0 (nero)
for j=1:m
  for i=1:n
    if norma_grad(i,j)> 1.5*valor_medio_grad
      edge_grad(i,j)=0;
    end
  end
end
% visualizzo edge_grad
figure(7); clf
imshow(edge_grad); colormap(gray(256))
```