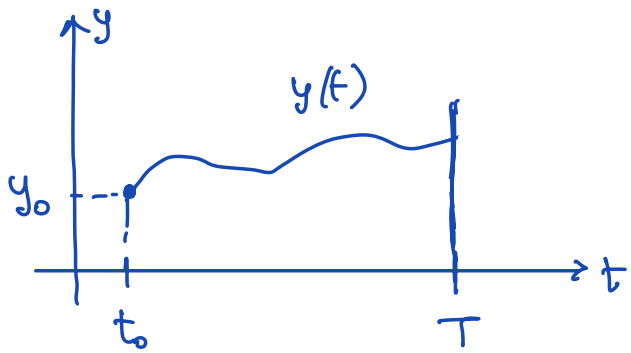
Appx di equazioni differenziali ordinarie

? $y = y(t)$ soluzione di un problema di Cauchy del 1° ordine

(t: tempo)

$$\begin{cases} y'(t) = f(t, y(t)) & t > t_0 \\ y(t_0) = y_0 \end{cases}$$

Dati :
- $I = (t_0, T)$ intervallo temporale
- $y_0 \in \mathbb{R}$
- $f(t, y)$



Incognita : $y(t)$

non cerco un'espressione di $y(t)$, ma calcolo ee appx di y in alcuni punti dell'intervallo (t_0, T)

Teorema Se f è continua e limitata rispetto al 1° argomento (tempo) nell'intervallo I ed è lipschitziana uniformemente rispetto al 2° argomento (y), cioè $\exists L>0$:

$$|f(t,y_2)-f(t,y_1)| \le L|y_2-y_1| \qquad \forall y_1, y_2$$

allora $\exists!$ soluz $y=y(t)$ del pdC e $y \in C^1(\underset{\uparrow}{I})$
(t_0, T)

$I = (t_0, T)$

scelgo $h>0$ e definisco

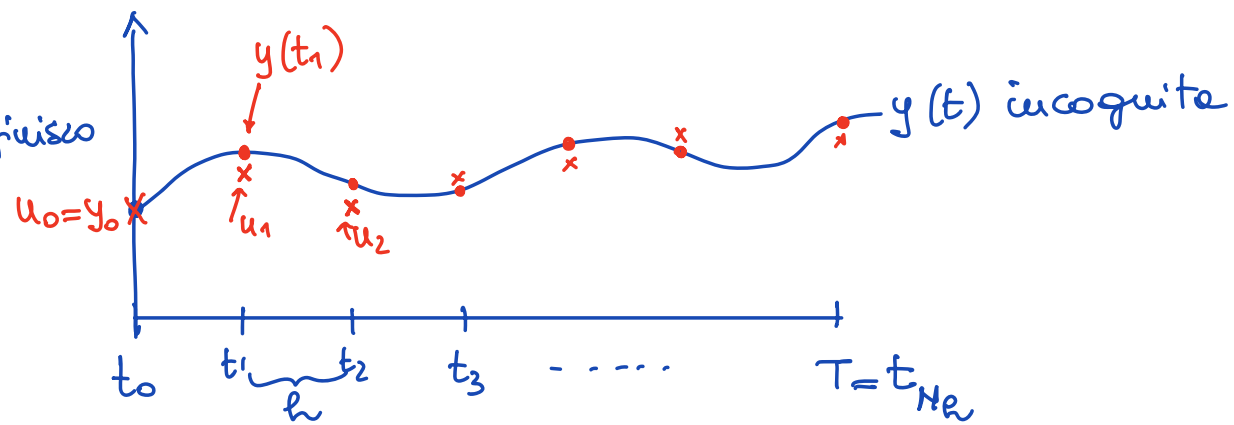
$t_1 = t_0 + h$

$t_2 = t_1 + h$

$\vdots$

$t_n = t_0 + n\cdot h$

$t_{N_h} = T$



$$N_h = \frac{(T-t_0)}{h} \qquad \text{o} \qquad h = \frac{T-t_0}{N_h}$$

Sol numerica $= \{u_0, u_1, u_2, \ldots\ldots, u_{Nh}\}$

valori che approx la sol esatta $y(t)$ nei punti

$t_0, t_1, \ldots\ldots t_{Nh}$

posto che $y'(t) = f(t, y(t))$ vale $\forall\, t \in (t_0, T)$

(t_n, t_n, t_n)

$y'(t_n) = f(t_n, y(t_n))$

approx con la diff finita in avanti $\dfrac{y(t_{n+1}) - y(t_n)}{h}$

$$\frac{y(t_{n+1}) - y(t_n)}{h} \sim f(t_n, y(t_n)) \quad \text{(sol esatta } y\text{)}$$

$=$

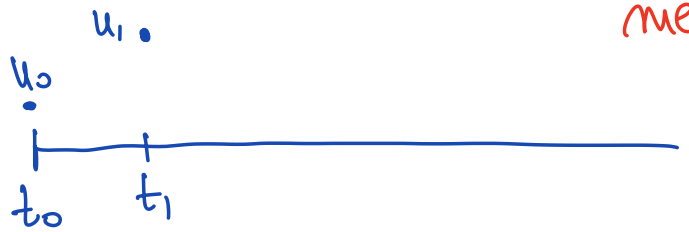
introduco dei valori u_n e u_{n+1} :

$$\frac{u_{n+1} - u_n}{h} = f(t_n, u_n) \quad \text{(sol numerica } u_n\text{)}$$

isolo u_{n+1} :

$$\begin{cases} u_{n+1} = u_n + h f(t_n, u_n) & n \geq 0 \\ u_0 = y_0 \end{cases}$$

metodo di Eulero in avanti



$n=0 \rightarrow u_1 = u_0 + h \cdot f(t_0, u_0)$

$n=1 \rightarrow u_2 = u_1 + h f(t_1, u_1)$