

16/09/25

ARITMETICA DI MACCHINA

Forme posizionate

$$x = 123456.789$$

10^2 (above 12345), 10^{-1} (above 6), 10^{-2} (above 789)
 10 (below 12345), 1 (below 6)

$$x = 1 \cdot 10^5 + 2 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^3 + \dots$$

$$x = (-1)^s \sum_{k=-m}^n a_k \cdot \beta^k$$

$$s \in \{0, 1\}$$

dove β = base di rappr. n = n° di cifre a sx del . m = n° di cifre a dx del .virgola fissa non va bene per il calcolo sc.

Alternativa: virgola mobile, notazione esponenziale

$$x = 0.123456789 \cdot 10^6$$

a_1 (below 1), a_2 (above 2), ..., a_t (below 9), 6 (above 10)

$$x = (-1)^s 0.a_1 a_2 \dots a_t \cdot \beta^e$$

$$s \in \{0, 1\}$$

 β = base $a_1, a_2, \dots, a_t$ cifre dellamantissa $\in \{0, 1, \dots, \beta-1\}$ con $a_1 \neq 0$ e = exp della base t = n° cifre della mantissamantissa $\in \mathbb{N}$

"123456789"

Se ho 4 Byte :
 $\beta=2$ SEMPLICE
PRECISIONESe ho 8 Byte
 $\beta=2$ DOPPIA
PRECISIONE

$a_1 \neq 0$, poiché $\beta=2 \Rightarrow a_1=1$ sempre

se ho 52 bit per m, in realtà rappresento numeri con 53 cifre, $t=53$

53 cifre in base 2 sono ~ 16 cifre in base 10

con 11 bit per e ho 2048 valori possibili

$$-1024 \leq e \leq 1024 \quad (\text{in base 2})$$

Sistema floating point

$$F(\beta, t, L, U) = \{x = (-1)^s 0.a_1 a_2 \dots a_t \beta^e, \text{ con } s \in \{0, 1\}, a_i \in \{0, 1, \dots, \beta-1\}, a_1 \neq 0, \beta \in \mathbb{N}, L \leq e \leq U \text{ con } L < 0 < U \} \cup \{0\}$$

Esempio: $F(2, 3, -2, 3)$ è simmetrico, vedo chi sono i numeri positivi

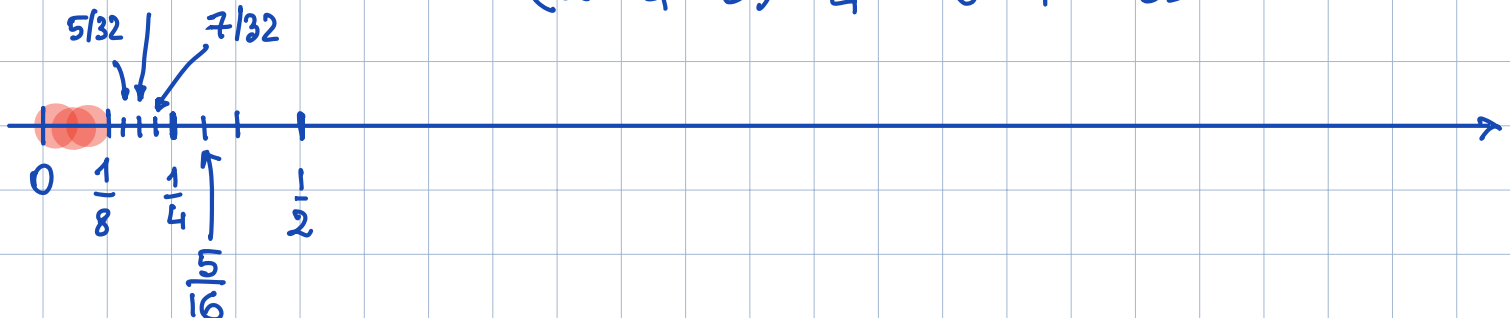
$s=0$ in base 2, più facile

$$x_{\min} = 0.\underbrace{100}_{\text{base 2, più facile}} \cdot 2^{-2} = (1 \cdot 2^{-1} + 0 \cdot 2^{-2} + 0 \cdot 2^{-3}) 2^{-2} = 2^{-3} = \frac{1}{8} = \frac{4}{32} \quad \text{base dec.}$$

$$0.101 \cdot 2^{-2} = (1 \cdot 2^{-1} + 0 \cdot 2^{-2} + 1 \cdot 2^{-3}) \cdot 2^{-2} = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{8}\right) \cdot \frac{1}{4} = \frac{5}{32}$$

$$0.110 \cdot 2^{-2} = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{16} = \frac{6}{32}$$

$$0.111 \cdot 2^{-2} = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}\right) \cdot \frac{1}{4} = \frac{7}{8} \cdot \frac{1}{4} = \frac{7}{32}$$



Ho saturato tutte le combinazioni possibili di cifre della mantissa. Aumento di un ordine "e" e ripeto da 0.100

$$0.100 \cdot 2^{-1} = \left(\frac{1}{2} + 0 + 0\right) \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} = \frac{8}{32}$$

$$0.101 \cdot 2^{-1} = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{8}\right) \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{8} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{16}$$

tra $\frac{1}{8}$ e $\frac{1}{4}$ i numeri sono equispaziati e distanziati di $\frac{1}{32}$

tra $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{2}$ sono distanziati di $\frac{1}{16}$

(continua la prossima rettilineare)