

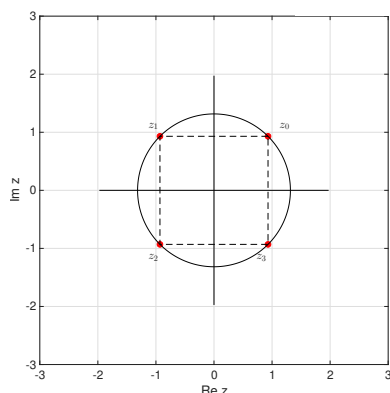
Corsi di laurea ETE-FM-INF Cognomi (M-Z)

Il NUMERO della FILA è contenuto nel testo dell'esercizio numero 1 ed è la costante sottratta a $\frac{1}{x}$ nella prima parentesi.

Fila 1

1. $\text{dom}(f) = [-3, 3] \setminus \{0, 2\}$; $f(x) \geq 0$ quando $x \in A = [-3, 0) \cup [1, 2)$;
2. $\text{dom}(f) = \mathbb{R}$, $\text{Im}(f) = [-1, 1]$; f non è suriettiva né iniettiva.
3. Le radici complesse sono

$$z_0 = \sqrt[4]{3}e^{i\frac{1}{4}\pi}, \quad z_1 = \sqrt[4]{3}e^{i\frac{3}{4}\pi}, \quad z_2 = \sqrt[4]{3}e^{i\frac{5}{4}\pi}, \quad z_3 = \sqrt[4]{3}e^{i\frac{7}{4}\pi},$$



4. Il luogo geometrico cercato è l'unione delle due rette $x = 0$ e $y = -\frac{1}{2}$ private dei punti appartenenti alla circonferenza di equazione $x^2 + y^2 = 5$.
5. Il limite vale $\ell = \frac{e}{6}$
6. *Dominio*: $\text{dom } f = \mathbb{R}$.

Riscrittura di $f(x)$: ricordando che $|x| = \begin{cases} x & \text{se } x \geq 0 \\ -x & \text{se } x < 0 \end{cases}$, abbiamo

$$f(x) = \begin{cases} 10x \log x & \text{se } x > 0 \\ 0 & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

Limiti: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$; $\lim_{x \rightarrow 0^\pm} f(x) = 0$, poiché $f(0) = 0$, la funzione è continua in $x = 0$;

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$, $m = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$, quindi f non ammette asintoti.

Derivata prima:

$$f'(x) = \begin{cases} 10(\log(x) + 1) & \text{se } x > 0 \\ 0 & \text{se } x < 0, \end{cases}$$

$\lim_{x \rightarrow 0^-} f'(x) = 0$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x) = -\infty$, quindi $x = 0$ è un punto di non derivabilità di tipo angoloso e $\text{dom}(f') = \text{dom } f \setminus \{0\}$,

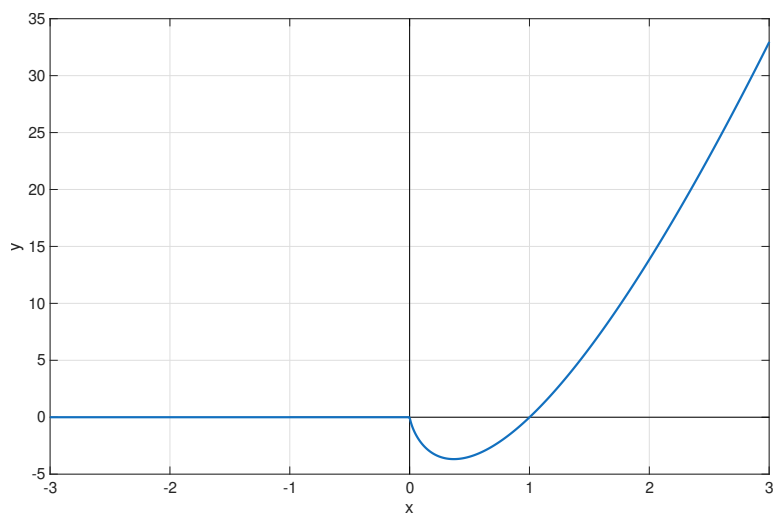
Punti stazionari: tutti i punti $x < 0$ e $x = 1/e$;

Segno di f' : Quando $x < 0$, f è costante. Quando $x > 0$, abbiamo che $f'(x) \geq 0$ se $x \in (1/e, +\infty)$, quindi f è crescente in $(1/e, +\infty)$ e decrescente in $(0, 1/e)$; $x = 1/e$ è punto di minimo relativo e assoluto stazionario, $x = 0$ è punto di massimo relativo angoloso. Non esistono punti di massimo assoluto.

Derivata seconda:

$$f''(x) = \begin{cases} \frac{10}{x} & \text{se } x > 0 \\ 0 & \text{se } x < 0, \end{cases}$$

Studiamo la convessità, concavità solo per $x > 0$, $f''(x) > 0$ per ogni $x > 0$, quindi f è strettamente convessa per ogni $x > 0$.



Fila 2

1. $\text{dom}(f) = [-5, 5] \setminus \{0, 3\}$; $f(x) \geq 0$ quando $x \in A = [-5, 0) \cup [\frac{1}{2}, 3)$;
2. $\text{dom}(f) = \mathbb{R}$, $\text{Im}(f) = [-1, 1]$; f non è suriettiva né iniettiva.
3. Le radici complesse sono

$$z_0 = \sqrt[4]{5}e^{i\frac{1}{4}\pi}, \quad z_1 = \sqrt[4]{5}e^{i\frac{3}{4}\pi}, \quad z_2 = \sqrt[4]{5}e^{i\frac{5}{4}\pi}, \quad z_3 = \sqrt[4]{5}e^{i\frac{7}{4}\pi},$$

4. Il luogo geometrico cercato è l'unione delle due rette $x = 0$ e $y = -\frac{1}{2}$ private dei punti appartenenti alla circonferenza di equazione $x^2 + y^2 = 4$.
5. Il limite vale $\ell = \frac{e}{6}$

6. *Dominio:* $\text{dom } f = \mathbb{R}$.

Riscrittura di $f(x)$: ricordando che $|x| = \begin{cases} x & \text{se } x \geq 0 \\ -x & \text{se } x < 0 \end{cases}$, abbiamo

$$f(x) = \begin{cases} 8x \log x & \text{se } x > 0 \\ 0 & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

Limiti: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$; $\lim_{x \rightarrow 0^\pm} f(x) = 0$, poiché $f(0) = 0$, la funzione è continua in $x = 0$;

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$, $m = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$, quindi f non ammette asintoti.

Derivata prima:

$$f'(x) = \begin{cases} 8(\log(x) + 1) & \text{se } x > 0 \\ 0 & \text{se } x < 0, \end{cases}$$

$\lim_{x \rightarrow 0^-} f'(x) = 0$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x) = -\infty$, quindi $x = 0$ è un punto di non derivabilità di tipo angoloso e $\text{dom}(f') = \text{dom } f \setminus \{0\}$,

Punti stazionari: tutti i punti $x < 0$ e $x = 1/e$;

Segno di f' : Quando $x < 0$, f è costante. Quando $x > 0$, abbiamo che $f'(x) \geq 0$ se $x \in (1/e, +\infty)$, quindi f è crescente in $(1/e, +\infty)$ e decrescente in $(0, 1/e)$; $x = 1/e$ è punto di minimo relativo e assoluto stazionario, $x = 0$ è punto di massimo relativo angoloso. Non esistono punti di massimo assoluto.

Derivata seconda:

$$f''(x) = \begin{cases} \frac{8}{x} & \text{se } x > 0 \\ 0 & \text{se } x < 0, \end{cases}$$

Studiamo la convessità, concavità solo per $x > 0$, $f''(x) > 0$ per ogni $x > 0$, quindi f è strettamente convessa per ogni $x > 0$.

Fila 3

1. $\text{dom}(f) = [-7, 7] \setminus \{0, 4\}$; $f(x) \geq 0$ quando $x \in A = [-7, 0) \cup [\frac{1}{3}, 4)$;

2. $\text{dom}(f) = \mathbb{R}$, $\text{Im}(f) = [-1, 1]$; f non è suriettiva né iniettiva.

3. Le radici complesse sono

$$z_0 = \sqrt[4]{7}e^{i\frac{1}{4}\pi}, \quad z_1 = \sqrt[4]{7}e^{i\frac{3}{4}\pi}, \quad z_2 = \sqrt[4]{7}e^{i\frac{5}{4}\pi}, \quad z_3 = \sqrt[4]{7}e^{i\frac{7}{4}\pi},$$

4. Il luogo geometrico cercato è l'unione delle due rette $x = 0$ e $y = -\frac{1}{2}$ private dei punti appartenenti alla circonferenza di equazione $x^2 + y^2 = 3$.

5. Il limite vale $\ell = \frac{e}{6}$

6. *Dominio:* $\text{dom } f = \mathbb{R}$.

Riscrittura di $f(x)$: ricordando che $|x| = \begin{cases} x & \text{se } x \geq 0 \\ -x & \text{se } x < 0 \end{cases}$, abbiamo

$$f(x) = \begin{cases} 6x \log x & \text{se } x > 0 \\ 0 & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

Limiti: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$; $\lim_{x \rightarrow 0^\pm} f(x) = 0$, poiché $f(0) = 0$, la funzione è continua in $x = 0$;

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$, $m = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$, quindi f non ammette asintoti.

Derivata prima:

$$f'(x) = \begin{cases} 6(\log(x) + 1) & \text{se } x > 0 \\ 0 & \text{se } x < 0, \end{cases}$$

$\lim_{x \rightarrow 0^-} f'(x) = 0$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x) = -\infty$, quindi $x = 0$ è un punto di non derivabilità di tipo angoloso e $\text{dom}(f') = \text{dom } f \setminus \{0\}$,

Punti stazionari: tutti i punti $x < 0$ e $x = 1/e$;

Segno di f' : Quando $x < 0$, f è costante. Quando $x > 0$, abbiamo che $f'(x) \geq 0$ se $x \in (1/e, +\infty)$, quindi f è crescente in $(1/e, +\infty)$ e decrescente in $(0, 1/e)$; $x = 1/e$ è punto di minimo relativo e assoluto stazionario, $x = 0$ è punto di massimo relativo angoloso. Non esistono punti di massimo assoluto.

Derivata seconda:

$$f''(x) = \begin{cases} \frac{6}{x} & \text{se } x > 0 \\ 0 & \text{se } x < 0, \end{cases}$$

Studiamo la convessità, concavità solo per $x > 0$, $f''(x) > 0$ per ogni $x > 0$, quindi f è strettamente convessa per ogni $x > 0$.

Fila 4

1. $\text{dom}(f) = [-9, 9] \setminus \{0, 5\}$; $f(x) \geq 0$ quando $x \in A = [-9, 0) \cup [\frac{1}{4}, 5)$;

2. $\text{dom}(f) = \mathbb{R}$, $\text{Im}(f) = [-1, 1]$; f non è suriettiva né iniettiva.

3. Le radici complesse sono

$$z_0 = \sqrt[4]{9}e^{i\frac{1}{4}\pi}, \quad z_1 = \sqrt[4]{9}e^{i\frac{3}{4}\pi}, \quad z_2 = \sqrt[4]{9}e^{i\frac{5}{4}\pi}, \quad z_3 = \sqrt[4]{9}e^{i\frac{7}{4}\pi},$$

4. Il luogo geometrico cercato è l'unione delle due rette $x = 0$ e $y = -\frac{1}{2}$ private dei punti appartenenti alla circonferenza di equazione $x^2 + y^2 = 2$.

5. Il limite vale $\ell = \frac{e}{6}$

6. *Dominio:* $\text{dom } f = \mathbb{R}$.

Riscrittura di $f(x)$: ricordando che $|x| = \begin{cases} x & \text{se } x \geq 0 \\ -x & \text{se } x < 0 \end{cases}$, abbiamo

$$f(x) = \begin{cases} 4x \log x & \text{se } x > 0 \\ 0 & \text{se } x \leq 0 \end{cases}$$

Limiti: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$; $\lim_{x \rightarrow 0^\pm} f(x) = 0$, poiché $f(0) = 0$, la funzione è continua in $x = 0$;

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$, $m = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$, quindi f non ammette asintoti.

Derivata prima:

$$f'(x) = \begin{cases} 4(\log(x) + 1) & \text{se } x > 0 \\ 0 & \text{se } x < 0, \end{cases}$$

$\lim_{x \rightarrow 0^-} f'(x) = 0$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x) = -\infty$, quindi $x = 0$ è un punto di non derivabilità di tipo angoloso e $\text{dom}(f') = \text{dom } f \setminus \{0\}$,

Punti stazionari: tutti i punti $x < 0$ e $x = 1/e$;

Segno di f' : Quando $x < 0$, f è costante. Quando $x > 0$, abbiamo che $f'(x) \geq 0$ se $x \in (1/e, +\infty)$, quindi f è crescente in $(1/e, +\infty)$ e decrescente in $(0, 1/e)$; $x = 1/e$ è punto di minimo relativo e assoluto stazionario, $x = 0$ è punto di massimo relativo angoloso. Non esistono punti di massimo assoluto.

Derivata seconda:

$$f''(x) = \begin{cases} \frac{4}{x} & \text{se } x > 0 \\ 0 & \text{se } x < 0, \end{cases}$$

Studiamo la convessità, concavità solo per $x > 0$, $f''(x) > 0$ per ogni $x > 0$, quindi f è strettamente convessa per ogni $x > 0$.
