Analisi Matematica 1 - Appello (prima parte) 14 gennaio 2026

Corsi di laurea ETE-FM-INF Cognomi (M-Z)

Il NUMERO della FILA è contenuto nel testo dell'esercizio numero 1 ed è la costante che compare nell'argomento del logaritmo.

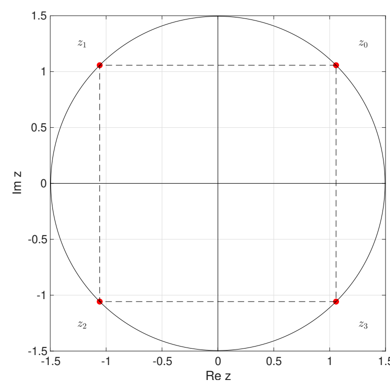
Fila 1

1. $\mathrm{dom}(f) = (-1, 2) \cup (2, 3) \cup (3, +\infty)$;
$f(x) \leq 0$ quando $x \in A = (-1, 0] \cup (2, 3) \cup [4, +\infty)$.

2. $\mathrm{dom}(f) = \mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\}$, $\mathrm{Im}(f) = \mathbb{R}$; f è suriettiva, f non è iniettiva.

3. Le radici complesse sono

$$z_0 = \sqrt[4]{5}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i\right); \quad z_1 = \sqrt[4]{5}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i\right);$$
$$z_2 = \sqrt[4]{5}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i\right); \quad z_3 = \sqrt[4]{5}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i\right).$$



4. Il luogo geometrico cercato è l'intersezione tra la parabola di equazione $y = -x^2 - 2x$ ed il semipiano $y \geq 0$.

5. $\ell = \frac{2}{3}$

6. $\ell = 4$

7. *Dominio:* $\mathrm{dom}\, f = \mathbb{R}$;

Limiti: $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \dfrac{\pi}{4}$, $y = \frac{\pi}{4}$ è asintoto orizzontale completo; $\lim_{x\to 0^-} f(x) = +\dfrac{\pi}{2}$, $\lim_{x\to 0^+} f(x) = -\dfrac{\pi}{2}$, f è continua da sinistra in $x = 0$, ma discontinua da destra; $x = 0$ è punto di salto per f;

Derivata prima: è definita solo dove f è continua, quindi in $\mathbb{R} \setminus \{0\}$:

$$f'(x) = \frac{3}{x^2 + (x-3)^2},$$

$\mathrm{dom}(f') = \mathrm{dom}\, f \setminus \{0\}$;

Punti stazionari: f non presenta punti stazionari

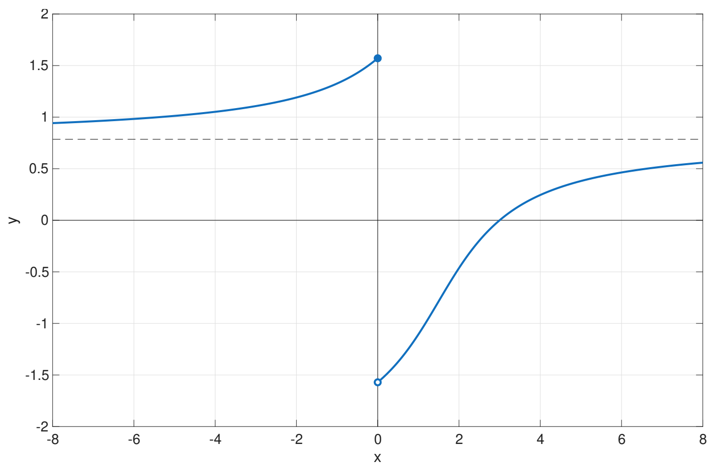
Segno di f':
$f'(x) \geq 0$ per ogni $x \in dom(f')$, quindi f è crescente in $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$; $x = 0$ è punto di massimo relativo e assoluto, non esistono punti di minimo relativo o assoluto, pur essendo f limitata;

Derivata seconda:

$$f''(x) = \frac{-6(2x-3)}{(x^2 + (x-3)^2)^2},$$

come f', è definita in $\mathbb{R} \setminus \{0\}$;

$f''(x) \geq 0$ quando $x \leq \frac{3}{2}$ (con $x \neq 0$); $x = \frac{3}{2}$ è punto di flesso; f è convessa in $(-\infty, 0) \cup \left(0, \frac{3}{2}\right)$ e concava in $\left(\frac{3}{2}, +\infty\right)$.



Fila 2

1. $\mathrm{dom}(f) = (-2, 2) \cup (2, 4) \cup (4, +\infty)$;
$f(x) \leq 0$ quando $x \in A = (-2, -1] \cup (2, 4) \cup [8, +\infty)$.

2. $\mathrm{dom}(f) = \mathbb{R}$, $\mathrm{Im}(f) = (0, +\infty)$; f non è suriettiva, f è iniettiva.

3. Le radici complesse sono

$$z_0 = \sqrt[4]{4}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i\right); \quad z_1 = \sqrt[4]{4}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i\right);$$
$$z_2 = \sqrt[4]{4}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i\right); \quad z_3 = \sqrt[4]{4}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i\right).$$

4. Il luogo geometrico cercato è l'intersezione tra la parabola di equazione $y = -\frac{x^2+3x}{2}$ ed il semipiano $y \geq 0$.

5. $\ell = \frac{2}{5}$

6. $\ell = 9$

7. *Dominio:* $\mathrm{dom}\, f = \mathbb{R}$;

Limiti: $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \dfrac{\pi}{4}$, $y = \frac{\pi}{4}$ è asintoto orizzontale completo; $\lim_{x\to 0^-} f(x) = +\dfrac{\pi}{2}$, $\lim_{x\to 0^+} f(x) = -\dfrac{\pi}{2}$, f è continua da sinistra in $x = 0$, ma discontinua da destra; $x = 0$ è punto di salto per f;

Derivata prima: è definita solo dove f è continua, quindi in $\mathbb{R} \setminus \{0\}$:

$$f'(x) = \frac{5}{x^2 + (x-5)^2},$$

$\mathrm{dom}(f') = \mathrm{dom}\, f \setminus \{0\}$;

Punti stazionari: f non presenta punti stazionari

Segno di f':
$f'(x) \geq 0$ per ogni $x \in dom(f')$, quindi f è crescente in $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$; $x = 0$ è punto di massimo relativo e assoluto, non esistono punti di minimo relativo o assoluto, pur essendo f limitata;

Derivata seconda:

$$f''(x) = \frac{-10(2x-5)}{(x^2 + (x-5)^2)^2},$$

come f', è definita in $\mathbb{R} \setminus \{0\}$;

$f''(x) \geq 0$ quando $x \leq \frac{5}{2}$ (con $x \neq 0$); $x = \frac{5}{2}$ è punto di flesso; f è convessa in $(-\infty, 0) \cup \left(0, \frac{5}{2}\right)$ e concava in $\left(\frac{5}{2}, +\infty\right)$.

Fila 3

1. $\mathrm{dom}(f) = (-3, 2) \cup (2, 5) \cup (5, +\infty)$;
$f(x) \leq 0$ quando $x \in A = (-3, -2] \cup (2, 5) \cup [12, +\infty)$.

2. $\mathrm{dom}(f) = \mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\}$, $\mathrm{Im}(f) = \mathbb{R}$; f è suriettiva, f non è iniettiva.

3. Le radici complesse sono

$$z_0 = \sqrt[4]{3}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i\right); \quad z_1 = \sqrt[4]{3}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i\right);$$
$$z_2 = \sqrt[4]{3}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i\right); \quad z_3 = \sqrt[4]{3}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i\right).$$

4. Il luogo geometrico cercato è l'intersezione tra la parabola di equazione $y = -\frac{x^2+4x}{3}$ ed il semipiano $y \geq 0$.

5. $\ell = \frac{2}{7}$

6. $\ell = 16$

7. *Dominio:* $\mathrm{dom}\, f = \mathbb{R}$;

Limiti: $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \dfrac{\pi}{4}$, $y = \frac{\pi}{4}$ è asintoto orizzontale completo; $\lim_{x\to 0^-} f(x) = +\dfrac{\pi}{2}$, $\lim_{x\to 0^+} f(x) = -\dfrac{\pi}{2}$, f è continua da sinistra in $x = 0$, ma discontinua da destra; $x = 0$ è punto di salto per f;

Derivata prima: è definita solo dove f è continua, quindi in $\mathbb{R} \setminus \{0\}$:

$$f'(x) = \frac{7}{x^2 + (x-7)^2},$$

$\mathrm{dom}(f') = \mathrm{dom}\, f \setminus \{0\}$;

Punti stazionari: f non presenta punti stazionari

Segno di f':
$f'(x) \geq 0$ per ogni $x \in dom(f')$, quindi f è crescente in $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$; $x = 0$ è punto di massimo relativo e assoluto, non esistono punti di minimo relativo o assoluto, pur essendo f limitata;

Derivata seconda:

$$f''(x) = \frac{-14(2x-7)}{(x^2 + (x-7)^2)^2},$$

come f', è definita in $\mathbb{R} \setminus \{0\}$;

$f''(x) \geq 0$ quando $x \leq \frac{7}{2}$ (con $x \neq 0$); $x = \frac{7}{2}$ è punto di flesso; f è convessa in $(-\infty, 0) \cup \left(0, \frac{7}{2}\right)$ e concava in $\left(\frac{7}{2}, +\infty\right)$.

Fila 4

1. $\mathrm{dom}(f) = (-4, 2) \cup (2, 6) \cup (6, +\infty)$;
$f(x) \leq 0$ quando $x \in A = (-4, -3] \cup (2, 6) \cup [16, +\infty)$.

2. $\mathrm{dom}(f) = \mathbb{R}$, $\mathrm{Im}(f) = (0, +\infty)$; f non è suriettiva, f è iniettiva.

3. Le radici complesse sono

$$z_0 = \sqrt[4]{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i\right); \quad z_1 = \sqrt[4]{2}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i\right);$$
$$z_2 = \sqrt[4]{2}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i\right); \quad z_3 = \sqrt[4]{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i\right).$$

4. Il luogo geometrico cercato è l'intersezione tra la parabola di equazione $y = -\frac{x^2+5x}{4}$ ed il semipiano $y \geq 0$.

5. $\ell = \frac{2}{9}$

6. $\ell = 25$

7. *Dominio:* $\operatorname{dom} f = \mathbb{R}$;

Limiti: $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \dfrac{\pi}{4}$, $y = \frac{\pi}{4}$ è asintoto orizzontale completo; $\lim_{x\to 0^-} f(x) = +\dfrac{\pi}{2}$, $\lim_{x\to 0^+} f(x) = -\dfrac{\pi}{2}$, f è continua da sinistra in $x = 0$, ma discontinua da destra; $x = 0$ è punto di salto per f;

Derivata prima: è definita solo dove f è continua, quindi in $\mathbb{R} \setminus \{0\}$:

$$f'(x) = \frac{9}{x^2 + (x-9)^2},$$

$\operatorname{dom}(f') = \operatorname{dom} f \setminus \{0\}$;

Punti stazionari: f non presenta punti stazionari

Segno di f':
$f'(x) \geq 0$ per ogni $x \in dom(f')$, quindi f è crescente in $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$; $x = 0$ è punto di massimo relativo e assoluto, non esistono punti di minimo relativo o assoluto, pur essendo f limitata;

Derivata seconda:

$$f''(x) = \frac{-18(2x-9)}{(x^2 + (x-9)^2)^2},$$

come f', è definita in $\mathbb{R} \setminus \{0\}$;

$f''(x) \geq 0$ quando $x \leq \frac{9}{2}$ (con $x \neq 0$); $x = \frac{9}{2}$ è punto di flesso; f è convessa in $(-\infty, 0) \cup \left(0, \frac{9}{2}\right)$ e concava in $\left(\frac{9}{2}, +\infty\right)$.