

Cognome e nome .....

Firma.....Matricola.....

**Istruzioni**

- (a). PROIBITO usare libri, quaderni, appunti, calcolatrici, telefoni cellulari, smartphone, smartwatchi, cuffie, webcam e altri supporti.
- (b). CONSEGNARE **tutti i fogli su cui sono stati eseguiti i conti e questo foglio**. Verrà valutato lo svolgimento di ogni singolo esercizio e non solo il risultato.
- (c). TEMPO a disposizione: 120 min.

**Esercizio 1** Si consideri la funzione  $f: \text{dom}(f) \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x) = \frac{(3 - e^x) \arctan(|x| - 3)}{|x - 3| \sqrt[3]{x}}.$$

Determinare  $\text{dom}(f)$ .**[punti 1.5]**Determinare l'insieme  $A = \{x \in \text{dom}(f) : f(x) \geq 0\}$ .**[punti 2.5]****Esercizio 2** Sia  $f: \text{dom}(f) \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tale che  $f(x) = \sin(x)$ . Specificare il dominio e l'insieme immagine della funzione, tracciarne il grafico, dire se è suriettiva e se è iniettiva.**[punti 1]****Esercizio 3** Determinare le soluzioni complesse dell'equazione

$$z^4 - \frac{\sqrt{2} |\sqrt{8} - i|^2}{e^{i\pi} - i} i = 0,$$

rappresentarle nel piano complesso.

**[punti 3]****Esercizio 4** Determinare il luogo geometrico dei punti  $z \in \mathbb{C}$  tali che

$$\frac{\text{Re}(6iz^2)}{\text{Re}(z)} + 5(z + \bar{z}) \geq 0$$

e rappresentarlo nel piano complesso.

**[punti 2]**

**Esercizio 5** Si consideri la funzione  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x \cos(x) - x}{\sin(x) - x} & \text{se } x > 0 \\ 3 & \text{se } x = 0 \\ \frac{\frac{1}{1-6x} + \log(1-6x) - 1}{x^3} & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

Discutere la continuità di  $f$  in  $x = 0$ , classificando l'eventuale punto di discontinuità.

**[punti 3]**

---

**Esercizio 6** Sia data la funzione  $f: \text{dom}(f) \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da:

$$f(x) = x + |\log(x+2)| - 1$$

Determinare il dominio di  $f$ .

**[punti 0.5]**

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per  $f$ .

**[punti 1.5]**

Calcolare la funzione derivata prima di  $f$  e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

**[punti 2]**

Studiare la crescita e decrescita di  $f$  sul suo dominio, calcolando, qualora esistano, punti stazionari, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per  $f$ .

**[punti 1.5]**

Calcolare la derivata seconda di  $f$ , calcolare, qualora esistano, punto di flesso e stabilire dove la funzione è convessa e dove è concava.

**[punti 1.5]**

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione  $f$ , in accordo con i risultati ottenuti.

**[punti 1]**

---