Analisi Matematica 1 - Appello (seconda parte) 31 marzo 2026

Corsi di laurea ETE-FM-INF Cognomi (M-Z)

Cognome e nome ....

Firma .... Matricola ....

Istruzioni

(a). PROIBITO usare libri, quaderni, appunti, calcolatrici, telefoni cellulari, smartphone, smartwatch, cuffie, webcam e altri supporti.

(b). CONSEGNARE **tutti i fogli su cui sono stati eseguiti i conti e questo foglio**. Verrà valutato lo svolgimento di ogni singolo esercizio e non solo il risultato.

(c). TEMPO a disposizione: 120 min.

Esercizio 1 Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(n! + 7n + 1)}{3n^n + 5^n}$$

[punti 2]

Esercizio 2 Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(e^{2/(n-1)} - 1)\sin\left(\frac{1}{n^2}\right)}{4(\sqrt{n^2+2} - n)n^\alpha}$$

al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$.

[punti 3]

Esercizio 3 Calcolare la primitiva $F(x)$ della funzione

$$f(x) = x \log\left(1 - \frac{1}{x}\right)$$

tale che $F(2) = 2\log\frac{1}{2}$.

[punti 2.5]

Esercizio 4 Calcolare l'integrale definito

$$\int_0^{\sqrt{\pi/2}} (\cos(x^2))^2 \, 2x \; \sin(x^2) dx.$$

[punti 2.5]

Domanda 1

(a). Sia $f : dom(f) \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Scrivere la definizione di funzione continua nel punto $x_0 \in dom(f)$, contemplando sia il caso in cui x_0 è di accumulazione per $dom(f)$, sia il caso in cui x_0 è punto isolato.

(b). Enunciare il teorema di Weierstrass.

  i) Riportare un esempio che soddisfa le ipotesi del teorema di Weierstrass (e quindi anche la tesi).
  ii) Riportare un esempio in cui cade una delle ipotesi del teorema di Weierstrass e quindi cade anche la tesi.

(c). Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false, motivando le risposte con un controesempio se la frase è falsa o con la dimostrazione se la frase è vera:

  i) Una funzione continua in x_0 è anche derivabile in x_0.
  ii) Una funzione derivabile in x_0 è anche continua in x_0.

Domanda 2

(a). Scrivere la definizione di $\lim_{n\to\infty} a_n = +\infty$ e rappresentare graficamente la definizione. Riportare un esempio di successione divergente.

(b). Scrivere la definizione di serie numerica telescopica.
Riportare un esempio di serie telescopica vista a lezione e specificare il valore della sua somma.

(c). Enunciare e dimostrare la condizione necessaria delle serie convergenti.

Domanda 3

(a). Siano $[a, b] \subseteq \mathbb{R}$ un intervallo e $f : [a, b] \to \mathbb{R}$. Scrivere la definizione di media integrale di f su $[a, b]$ e darne l'interpretazione geometrica.

(b). Enunciare e dimostrare il teorema della media integrale.

(c). Se f è una funzione continua in $[a, b]$, allora f ammette una primitiva in $[a, b]$?
Motivare la risposta con un controesempio qualora la risposta sia no, o dire quale teorema (senza dimostrazione) si debba applicare qualora la risposta sia sì.