Analisi Matematica 1 - Appello (seconda parte) 14 gennaio 2026

Corsi di laurea ETE-FM-INF Cognomi (M-Z)

Cognome e nome ....

Firma.................................... Matricola..

Istruzioni

(a). PROIBITO usare libri, quaderni, appunti, calcolatrici, telefoni cellulari, smartphone, smartwatch e altri supporti.

(b). CONSEGNARE **tutti i fogli su cui sono stati eseguiti i conti e questo foglio**.

(c). TEMPO a disposizione: 120 min.

Esercizio 1 Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{2^{2n}}{n+1} \tan\left(\frac{5n}{3^n}\right)$$

[punti 2]

Esercizio 2 Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\log(7n) + n^{\alpha}\right) \left(\sqrt[3]{1+\frac{3}{n^6}} - 1\right)$$

al variare di $\alpha \in (0, +\infty)$.

[punti 3]

Esercizio 3 Determinare la primitiva $G\colon [-6, +\infty) \to \mathbb{R}$ della funzione

$$g(x) = (x-1)\sqrt{6+x}$$

tale che $G(-5) = 0$.

[punti 2.5]

Esercizio 4 Dopo aver determinato una generica primitiva della funzione

$$f(x) = \frac{x-2}{x+1}$$

calcolare l'integrale

$$\int_0^3 \frac{|x-2|}{x+1}\, dx\,.$$

[punti 2.5]

Domanda 1

(a). Scrivere la definizione di $\lim_{x \to x_0} f(x) = \ell$ con $x_0,\ \ell \in \mathbb{R}$ e rappresentare graficamente la definizione. Riportare l'espressione di una funzione $f(x)$ tale che $dom(f) = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ e $\lim_{x \to 0} f(x) = 2$.

(b). Enunciare e dimostrare il teorema di permanenza del segno.

(c). Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false, motivando le risposte.

   (a) Sia $x_0 \in dom(f) \subset \mathbb{R}$. Se $\exists \lim_{x \to x_0} f(x) = \ell \in \mathbb{R}$, allora f è continuna in x_0.

   (b) Se f è continua in $x_0 \in dom(f)$, allora $\exists \lim_{x \to x_0} f(x) = \ell \in \mathbb{R}$.

Domanda 2

(a). Scrivere la definizione di serie numerica, definire la successione delle somme parziali (o ridotte) e dare la definizione di serie convergente, divergente, indeterminata. Riportare un esempio di serie convergente, un esempio di serie divergente ed un esempio di serie indeterminata.

(b). Dire per quali valori del parametro $q \in \mathbb{R}$ la serie geometrica $\sum_{n=0}^{\infty} q^n$ è divergente e dimostrarlo.

(c). Dire se la seguente affermazione è vera o falsa, motivando la risposta (con un controesempio o un procedimento logico):
sia a_n una successione convergente, allora la serie $\sum_{n \geq n_0} a_n$ è convergente.

Domanda 3

(a). Siano $I \subseteq \mathbb{R}$ un intervallo e $f : I \to \mathbb{R}$. Scrivere la definizione di primitiva $F(x)$ di f sull'intervallo I.

(b). Sia $f : [a, b] \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Dato $x_0 \in [a, b]$, scrivere la definizione di funzione integrale $\mathcal{F}_{x_0}(x)$ di f per ogni $x \in [a, b]$.

(c). Quali ipotesi deve soddisfare f affinché la sua funzione integrale sia anche una sua primitiva? Motivare la risposta.

(d). Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false, motivando le risposte. Per la motivazione, utilizzare controesempi se l'affermazione è falsa o un procedimento logico basato su enunciati di teoremi/proprietà se l'affermazione è vera.

   (a) Se f è derivabile su un intervallo $[a, b]$ chiuso e limitato, allora f è integrabile secondo Riemann su $[a, b]$.

   (b) Se f è integrabile secondo Riemann su un intervallo $[a, b]$ chiuso e limitato, allora f è continua su $[a, b]$.

Esercizio 1 Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{2^{2n}}{n+1} \tan\left(\frac{5n}{3^n}\right)$$

[punti 2]

Esercizio 2 Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\log(7n) + n^{\alpha}\right) \left(\sqrt[3]{1+\frac{3}{n^6}} - 1\right)$$

al variare di $\alpha \in (0, +\infty)$.

[punti 3]

Esercizio 3 Determinare la primitiva $G\colon [-6, +\infty) \to \mathbb{R}$ della funzione

$$g(x) = (x-1)\sqrt{6+x}$$

tale che $G(-5) = 0$.

[punti 2.5]

Esercizio 4 Dopo aver determinato una generica primitiva della funzione

$$f(x) = \frac{x-2}{x+1}$$

calcolare l'integrale

$$\int_0^3 \frac{|x-2|}{x+1}\, dx\,.$$

[punti 2.5]

Analisi Matematica 1 - Appello (seconda parte) 14 gennaio 2026

Corsi di laurea ETE-FM-INF Cognomi (M-Z)

Cognome e nome ....

Firma ....Matricola..

Istruzioni

(a). PROIBITO usare libri, quaderni, appunti, calcolatrici, telefoni cellulari, smartphone, smartwatch e altri supporti.

(b). CONSEGNARE **tutti i fogli su cui sono stati eseguiti i conti e questo foglio**.

(c). TEMPO a disposizione: 120 min.

Esercizio 1 Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{3^{2n}}{n+2} \tan\left(\frac{4n}{4^n}\right)$$

[punti 2]

Esercizio 2 Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \big(\log(6n) + n^{\alpha}\big) \left(\sqrt[3]{1+\frac{6}{n^5}} - 1\right)$$

al variare di $\alpha \in (0, +\infty)$.

[punti 3]

Esercizio 3 Determinare la primitiva $G\colon [-5, +\infty) \to \mathbb{R}$ della funzione

$$g(x) = (x-2)\sqrt{5+x}$$

tale che $G(-4) = 0$.

[punti 2.5]

Esercizio 4 Dopo aver determinato una generica primitiva della funzione

$$f(x) = \frac{x-3}{x+1}$$

calcolare l'integrale

$$\int_0^4 \frac{|x-3|}{x+1}\, dx\,.$$

[punti 2.5]

Domanda 1

(a). Scrivere la definizione di $\lim_{x \to x_0} f(x) = \ell$ con $x_0,\ \ell \in \mathbb{R}$ e rappresentare graficamente la definizione. Riportare l'espressione di una funzione $f(x)$ tale che $dom(f) = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ e $\lim_{x \to 0} f(x) = 2$.

(b). Enunciare e dimostrare il teorema di permanenza del segno.

(c). Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false, motivando le risposte.

   (a) Sia $x_0 \in dom(f) \subset \mathbb{R}$. Se $\exists \lim_{x \to x_0} f(x) = \ell \in \mathbb{R}$, allora f è continuna in x_0.

   (b) Se f è continua in $x_0 \in dom(f)$, allora $\exists \lim_{x \to x_0} f(x) = \ell \in \mathbb{R}$.

Domanda 2

(a). Scrivere la definizione di serie numerica, definire la successione delle somme parziali (o ridotte) e dare la definizione di serie convergente, divergente, indeterminata. Riportare un esempio di serie convergente, un esempio di serie divergente ed un esempio di serie indeterminata.

(b). Dire per quali valori del parametro $q \in \mathbb{R}$ la serie geometrica $\sum_{n=0}^{\infty} q^n$ è divergente e dimostrarlo.

(c). Dire se la seguente affermazione è vera o falsa, motivando la risposta (con un controesempio o un procedimento logico):
sia a_n una successione convergente, allora la serie $\sum_{n \geq n_0} a_n$ è convergente.

Domanda 3

(a). Siano $I \subseteq \mathbb{R}$ un intervallo e $f : I \to \mathbb{R}$. Scrivere la definizione di primitiva $F(x)$ di f sull'intervallo I.

(b). Sia $f : [a, b] \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Dato $x_0 \in [a, b]$, scrivere la definizione di funzione integrale $\mathcal{F}_{x_0}(x)$ di f per ogni $x \in [a, b]$.

(c). Quali ipotesi deve soddisfare f affinché la sua funzione integrale sia anche una sua primitiva? Motivare la risposta.

(d). Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false, motivando le risposte. Per la motivazione, utilizzare controesempi se l'affermazione è falsa o un procedimento logico basato su enunciati di teoremi/proprietà se l'affermazione è vera.

   (a) Se f è derivabile su un intervallo $[a, b]$ chiuso e limitato, allora f è integrabile secondo Riemann su $[a, b]$.

   (b) Se f è integrabile secondo Riemann su un intervallo $[a, b]$ chiuso e limitato, allora f è continua su $[a, b]$.

Corsi di laurea ETE-FM-INF Cognomi (M-Z)

Esercizio 1 Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{3^{2n}}{n+2} \tan\left(\frac{4n}{4^n}\right)$$

[punti 2]

Esercizio 2 Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\log(6n) + n^{\alpha}\right) \left(\sqrt[3]{1+\frac{6}{n^5}} - 1\right)$$

al variare di $\alpha \in (0, +\infty)$.

[punti 3]

Esercizio 3 Determinare la primitiva $G\colon [-5, +\infty) \to \mathbb{R}$ della funzione

$$g(x) = (x-2)\sqrt{5+x}$$

tale che $G(-4) = 0$.

[punti 2.5]

Esercizio 4 Dopo aver determinato una generica primitiva della funzione

$$f(x) = \frac{x-3}{x+1}$$

calcolare l'integrale

$$\int_0^4 \frac{|x-3|}{x+1}\, dx\,.$$

[punti 2.5]

Analisi Matematica 1 - Appello (seconda parte) 14 gennaio 2026

Corsi di laurea ETE-FM-INF Cognomi (M-Z)

Cognome e nome ....

Firma.......................................Matricola..

Istruzioni

(a). PROIBITO usare libri, quaderni, appunti, calcolatrici, telefoni cellulari, smartphone, smartwatch e altri supporti.

(b). CONSEGNARE **tutti i fogli su cui sono stati eseguiti i conti e questo foglio**.

(c). TEMPO a disposizione: 120 min.

Esercizio 1 Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{4^{2n}}{n+3} \tan\left(\frac{3n}{5^n}\right)$$

[punti 2]

Esercizio 2 Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \big(\log(5n) + n^{\alpha}\big) \left(\sqrt[3]{1+\frac{9}{n^4}} - 1\right)$$

al variare di $\alpha \in (0, +\infty)$.

[punti 3]

Esercizio 3 Determinare la primitiva $G\colon [-4, +\infty) \to \mathbb{R}$ della funzione

$$g(x) = (x-3)\sqrt{4+x}$$

tale che $G(-3) = 0$.

[punti 2.5]

Esercizio 4 Dopo aver determinato una generica primitiva della funzione

$$f(x) = \frac{x-4}{x+1}$$

calcolare l'integrale

$$\int_0^5 \frac{|x-4|}{x+1}\, dx\,.$$

[punti 2.5]

Domanda 1

(a). Scrivere la definizione di $\lim_{x \to x_0} f(x) = \ell$ con $x_0,\ \ell \in \mathbb{R}$ e rappresentare graficamente la definizione. Riportare l'espressione di una funzione $f(x)$ tale che $dom(f) = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ e $\lim_{x \to 0} f(x) = 2$.

(b). Enunciare e dimostrare il teorema di permanenza del segno.

(c). Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false, motivando le risposte.

  (a) Sia $x_0 \in dom(f) \subset \mathbb{R}$. Se $\exists \lim_{x \to x_0} f(x) = \ell \in \mathbb{R}$, allora f è continuna in x_0.

  (b) Se f è continua in $x_0 \in dom(f)$, allora $\exists \lim_{x \to x_0} f(x) = \ell \in \mathbb{R}$.

Domanda 2

(a). Scrivere la definizione di serie numerica, definire la successione delle somme parziali (o ridotte) e dare la definizione di serie convergente, divergente, indeterminata. Riportare un esempio di serie convergente, un esempio di serie divergente ed un esempio di serie indeterminata.

(b). Dire per quali valori del parametro $q \in \mathbb{R}$ la serie geometrica $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} q^n$ è divergente e dimostrarlo.

(c). Dire se la seguente affermazione è vera o falsa, motivando la risposta (con un controesempio o un procedimento logico):
sia a_n una successione convergente, allora la serie $\sum_{n \geq n_0} a_n$ è convergente.

Domanda 3

(a). Siano $I \subseteq \mathbb{R}$ un intervallo e $f : I \to \mathbb{R}$. Scrivere la definizione di primitiva $F(x)$ di f sull'intervallo I.

(b). Sia $f : [a, b] \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Dato $x_0 \in [a, b]$, scrivere la definizione di funzione integrale $\mathcal{F}_{x_0}(x)$ di f per ogni $x \in [a, b]$.

(c). Quali ipotesi deve soddisfare f affinché la sua funzione integrale sia anche una sua primitiva? Motivare la risposta.

(d). Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false, motivando le risposte. Per la motivazione, utilizzare controesempi se l'affermazione è falsa o un procedimento logico basato su enunciati di teoremi/proprietà se l'affermazione è vera.

  (a) Se f è derivabile su un intervallo $[a, b]$ chiuso e limitato, allora f è integrabile secondo Riemann su $[a, b]$.

  (b) Se f è integrabile secondo Riemann su un intervallo $[a, b]$ chiuso e limitato, allora f è continua su $[a, b]$.

Corsi di laurea ETE-FM-INF Cognomi (M-Z)

Esercizio 1 Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{4^{2n}}{n+3} \tan\left(\frac{3n}{5^n}\right)$$

[punti 2]

Esercizio 2 Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \big(\log(5n) + n^{\alpha}\big) \left(\sqrt[3]{1+\frac{9}{n^4}} - 1\right)$$

al variare di $\alpha \in (0, +\infty)$.

[punti 3]

Esercizio 3 Determinare la primitiva $G\colon [-4, +\infty) \to \mathbb{R}$ della funzione

$$g(x) = (x-3)\sqrt{4+x}$$

tale che $G(-3) = 0$.

[punti 2.5]

Esercizio 4 Dopo aver determinato una generica primitiva della funzione

$$f(x) = \frac{x-4}{x+1}$$

calcolare l'integrale

$$\int_0^5 \frac{|x-4|}{x+1}\, dx\,.$$

[punti 2.5]

Analisi Matematica 1 - Appello (seconda parte) 14 gennaio 2026

Corsi di laurea ETE-FM-INF Cognomi (M-Z)

Cognome e nome ....

Firma....................................Matricola......................................

Istruzioni

(a). PROIBITO usare libri, quaderni, appunti, calcolatrici, telefoni cellulari, smartphone, smartwatch e altri supporti.

(b). CONSEGNARE **tutti i fogli su cui sono stati eseguiti i conti e questo foglio**.

(c). TEMPO a disposizione: 120 min.

Esercizio 1 Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{5^{2n}}{n+4} \tan\left(\frac{2n}{6^n}\right)$$

[punti 2]

Esercizio 2 Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \big(\log(4n) + n^\alpha\big) \left(\sqrt[3]{1+\frac{12}{n^3}} - 1\right)$$

al variare di $\alpha \in (0, +\infty)$.

[punti 3]

Esercizio 3 Determinare la primitiva $G\colon [-3, +\infty) \to \mathbb{R}$ della funzione

$$g(x) = (x-4)\sqrt{3+x}$$

tale che $G(-2) = 0$.

[punti 2.5]

Esercizio 4 Dopo aver determinato una generica primitiva della funzione

$$f(x) = \frac{x-5}{x+1}$$

calcolare l'integrale

$$\int_0^6 \frac{|x-5|}{x+1}\, dx\,.$$

[punti 2.5]

Domanda 1

(a). Scrivere la definizione di $\lim_{x \to x_0} f(x) = \ell$ con $x_0,\ \ell \in \mathbb{R}$ e rappresentare graficamente la definizione. Riportare l'espressione di una funzione $f(x)$ tale che $dom(f) = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ e $\lim_{x \to 0} f(x) = 2$.

(b). Enunciare e dimostrare il teorema di permanenza del segno.

(c). Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false, motivando le risposte.

   (a) Sia $x_0 \in dom(f) \subset \mathbb{R}$. Se $\exists \lim_{x \to x_0} f(x) = \ell \in \mathbb{R}$, allora f è continuna in x_0.

   (b) Se f è continua in $x_0 \in dom(f)$, allora $\exists \lim_{x \to x_0} f(x) = \ell \in \mathbb{R}$.

Domanda 2

(a). Scrivere la definizione di serie numerica, definire la successione delle somme parziali (o ridotte) e dare la definizione di serie convergente, divergente, indeterminata. Riportare un esempio di serie convergente, un esempio di serie divergente ed un esempio di serie indeterminata.

(b). Dire per quali valori del parametro $q \in \mathbb{R}$ la serie geometrica $\sum_{n=0}^{\infty} q^n$ è divergente e dimostrarlo.

(c). Dire se la seguente affermazione è vera o falsa, motivando la risposta (con un controesempio o un procedimento logico):
sia a_n una successione convergente, allora la serie $\sum_{n \geq n_0} a_n$ è convergente.

Domanda 3

(a). Siano $I \subseteq \mathbb{R}$ un intervallo e $f : I \to \mathbb{R}$. Scrivere la definizione di primitiva $F(x)$ di f sull'intervallo I.

(b). Sia $f : [a, b] \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$. Dato $x_0 \in [a, b]$, scrivere la definizione di funzione integrale $\mathcal{F}_{x_0}(x)$ di f per ogni $x \in [a, b]$.

(c). Quali ipotesi deve soddisfare f affinché la sua funzione integrale sia anche una sua primitiva? Motivare la risposta.

(d). Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false, motivando le risposte. Per la motivazione, utilizzare controesempi se l'affermazione è falsa o un procedimento logico basato su enunciati di teoremi/proprietà se l'affermazione è vera.

   (a) Se f è derivabile su un intervallo $[a, b]$ chiuso e limitato, allora f è integrabile secondo Riemann su $[a, b]$.

   (b) Se f è integrabile secondo Riemann su un intervallo $[a, b]$ chiuso e limitato, allora f è continua su $[a, b]$.

Corsi di laurea ETE-FM-INF Cognomi (M-Z)

Esercizio 1 Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{5^{2n}}{n+4} \tan\left(\frac{2n}{6^n}\right)$$

[punti 2]

Esercizio 2 Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\log(4n) + n^{\alpha}\right) \left(\sqrt[3]{1+\frac{12}{n^3}} - 1\right)$$

al variare di $\alpha \in (0, +\infty)$.

[punti 3]

Esercizio 3 Determinare la primitiva $G\colon [-3, +\infty) \to \mathbb{R}$ della funzione

$$g(x) = (x-4)\sqrt{3+x}$$

tale che $G(-2) = 0$.

[punti 2.5]

Esercizio 4 Dopo aver determinato una generica primitiva della funzione

$$f(x) = \frac{x-5}{x+1}$$

calcolare l'integrale

$$\int_0^6 \frac{|x-5|}{x+1}\, dx\,.$$

[punti 2.5]
