

Corsi di laurea ETE-FM-INF Cognomi (M-Z)

Cognome e nome

Firma.....Matricola.....

Istruzioni

- (a). PROIBITO usare libri, quaderni, appunti, calcolatrici, telefoni cellulari, smartphone, smartwatch, cuffie, webcam e altri supporti.
- (b). CONSEGNARE **tutti i fogli su cui sono stati eseguiti i conti e questo foglio**. Verrà valutato lo svolgimento di ogni singolo esercizio e non solo il risultato.
- (c). TEMPO a disposizione: 120 min.

Esercizio 1 Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \sin(6n) \arctan\left(\frac{6}{n^6}\right).$$

[punti 2.5]**Esercizio 2** Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (n^2 + 3\sqrt{n} - e^{-n}) \log\left(\cosh \frac{3}{n}\right)$$

[punti 2.5]**Esercizio 3** Calcolare l'integrale definito

$$\int_0^1 \frac{5x+1}{x^2-x-2} dx.$$

[punti 2]**Esercizio 4** Calcolare la generica primitiva della funzione

$$f(x) = (x-3)e^{1-x}.$$

Quindi calcolare l'area del trapezoide sotteso alla funzione $f(x)$ sull'intervallo $[2, 4]$.**[punti 3]**

Domanda 1

- (a). Sia $f : \text{dom}(f) \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Scrivere la definizione di punto di massimo assoluto e di punto di massimo relativo per f .
Riportare un esempio grafico di una funzione che ammette un punto di massimo relativo, ma non ha punti di massimo assoluto. Identificare chiaramente nel disegno il punto di massimo relativo e spiegare perché f non ha punti di massimo assoluto.
- (b). Enunciare e dimostrare il teorema di Rolle.
- (c). Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false, motivando le risposte con un controesempio se la frase è falsa o con un procedimento logico basato su definizioni e teoremi se la frase è vera:
- Se x_0 è un punto di massimo relativo per f , allora f è derivabile in x_0 e x_0 è un punto stazionario.
 - Se x_0 è un punto di massimo assoluto per f , allora f è continua in x_0 .

Domanda 2

- (a). Scrivere la definizione di $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \ell \in \mathbb{R}$ e rappresentare graficamente la definizione.
Riportare un esempio di successione convergente.
- (b). Scrivere la definizione di successione limitata.
- (c). Riportare un esempio di successione limitata ma non convergente.
- (d). Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false, motivando le risposte con un controesempio se la frase è falsa o con un procedimento logico basato su definizioni e teoremi se la frase è vera:
- Se una serie $\sum_n a_n$ è convergente, allora la successione a_n è infinitesima.
 - Se la serie $\sum_n a_n$ è convergente, allora anche la serie dei valori assoluti $\sum_n |a_n|$ converge.

Domanda 3

- (a). Siano $I \subseteq \mathbb{R}$ un intervallo e $f : I \rightarrow \mathbb{R}$. Scrivere la definizione di primitiva di f sull'intervallo I e riportare un esempio di funzione $f(x)$ e di una sua primitiva $F(x)$.
- (b). Enunciare e dimostrare il teorema che caratterizza tutte le primitive sullo stesso intervallo I di una funzione f assegnata.
- (c). Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false, motivando le risposte con un controesempio se la frase è falsa o con un procedimento logico basato su definizioni e teoremi se la frase è vera:
- Se f è derivabile sull'intervallo $[a, b]$ allora f è integrabile secondo Riemann su $[a, b]$.
 - Se f è integrabile secondo Riemann sull'intervallo $[a, b]$, allora f è continua su $[a, b]$.