

Cognome e nome .....

Firma ..... Matricola .....

**Istruzioni**

- (a). PROIBITO usare libri, quaderni, appunti, calcolatrici, telefoni cellulari, smartphone, smartwatch e altri supporti.
- (b). CONSEGNARE **tutti i fogli su cui sono stati eseguiti i conti e questo foglio**.
- (c). TEMPO a disposizione: 120 min.

---

**Esercizio 1** Si consideri la funzione  $f: \text{dom}(f) \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x) = \frac{(4 - |x|) \log(x + 1)}{x^2 - 5x + 6}$$

Determinare  $\text{dom}(f)$ .**[punti 1.5]**Determinare l'insieme  $A = \{x \in \text{dom}(f) : f(x) \leq 0\}$ .**[punti 2.5]**

---

**Esercizio 2** Sia  $f : \text{dom}(f) \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  tale che  $f(x) = \tan(x)$ . Specificare il dominio e l'insieme immagine della funzione, tracciarne il grafico, dire se è suriettiva e se è iniettiva.**[punti 1]**

---

**Esercizio 3** Determinare le soluzioni complesse dell'equazione

$$z^4 + 5|e^{3\pi i/19}| = 0,$$

scriverele in forma cartesiana e rappresentarle nel piano complesso.

**[punti 2]**

---

**Esercizio 4** Determinare il luogo geometrico dei punti  $z \in \mathbb{C}$  tali che

$$\begin{cases} |z + 2|^2 + \text{Re}((z - i)^2) = 3 \\ \text{Im}(5z) \geq 0. \end{cases}$$

e rappresentarlo nel piano complesso.

**[punti 3]**

**Esercizio 5** Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{[(n-1)! - \log(n! + 3)] \log(n+5)}{(\sqrt{n^2 + 3} - n) n! \log(n)}$$

[punti 2]

---

**Esercizio 6** Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\sin(2x)}{2x} - e^{4x^2}}{\log(1 - \frac{7}{6}x^2)}$$

[punti 2]

---

**Esercizio 7** Sia data la funzione  $f : \text{dom}(f) \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da:

$$f(x) = \begin{cases} \arctan\left(\frac{x-3}{x}\right) & \text{se } x \neq 0 \\ \frac{\pi}{2} & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

Determinare il dominio di  $f$ .

[punti 0.5]

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per  $f$ . Quindi discutere la continuità di  $f$  in  $x = 0$ .

[punti 1.75]

Calcolare la funzione derivata prima di  $f$  e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

[punti 1.25]

Studiare la crescenza e decrescenza di  $f$  sul suo dominio, calcolando, qualora esistano, punti stazionari, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per  $f$ .

[punti 1]

Calcolare la derivata seconda di  $f$ , studiare la concavità/convessità di  $f$  sul suo dominio e determinare eventuali punti di flesso.

[punti 2]

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione  $f$ , in accordo con i risultati ottenuti.

[punti 0.5]

---