
Cognome e nomeFirma.....Matricola.....

Istruzioni

- (a). PROIBITO usare libri, quaderni, appunti, calcolatrici, telefoni cellulari, smartphone, smartwatch, cuffie, webcam e altri supporti.
 - (b). CONSEGNARE **tutti i fogli su cui sono stati eseguiti i conti e questo foglio**. Verrà valutato lo svolgimento di ogni singolo esercizio e non solo il risultato.
 - (c). TEMPO a disposizione: 120 min.
-

Esercizio 1 Si consideri la funzione $f: \text{dom}(f) \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \log(1 + \sin^2 x) \arctan\left(\frac{2x+1}{x-2}\right)$$

Determinare $\text{dom}(f)$.**[punti 1]**Determinare l'insieme $A = \{x \in \text{dom}(f) : f(x) \geq 0\}$.**[punti 2.5]**

Esercizio 2 Sia $f: \text{dom}(f) \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tale che $f(x) = \tan(x)$. Specificare il dominio e l'insieme immagine della funzione, tracciarne il grafico, dire se è suriettiva e se è iniettiva.**[punti 1]**

Esercizio 3 Determinare le soluzioni complesse dell'equazione

$$z^3 + \frac{5\sqrt{2}}{1+i} = 0,$$

e rappresentarle nel piano complesso.

[punti 2.5]

Esercizio 4 Determinare il luogo geometrico dei punti $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$\begin{cases} z^2 + \text{Im}(z) (\text{Im}(z+3) - e^{i\pi/2}(z+\bar{z})) = \text{Im}(z-i) \\ |z| = 2|e^{3\pi i}| \end{cases}$$

e rappresentarlo nel piano complesso.

[punti 3]

Esercizio 5 Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\cos \left(\frac{1}{5n} \right) - 5n \sin \left(\frac{1}{5n} \right) \right) \frac{25 n! + 7^n - 3 \log n}{2 (n-2)! + 2e^{-n}}$$

[punti 3]

Esercizio 6 Sia data la funzione $f : \text{dom}(f) \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da:

$$f(x) = \frac{1}{x} e^{-2/x}$$

Determinare il dominio di f .

[punti 0.5]

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

[punti 2]

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

[punti 1.25]

Studiare la crescita e decrescita di f sul suo dominio, calcolando, qualora esistano, punti stazionari, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

[punti 1.25]

Calcolare la derivata seconda di f , calcolare, qualora esistano, punto di flesso e stabilire dove la funzione è convessa e dove è concava.

[punti 2]

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

[punti 1]
