
Cognome e nomeFirma.....Matricola.....

Istruzioni

- (a). PROIBITO usare libri, quaderni, appunti, calcolatrici, telefoni cellulari, smartphone, smartwatch, cuffie, webcam e altri supporti.
 - (b). CONSEGNARE **tutti i fogli su cui sono stati eseguiti i conti e questo foglio**. Verrà valutato lo svolgimento di ogni singolo esercizio e non solo il risultato.
 - (c). TEMPO a disposizione: 120 min.
-

Esercizio 1 Si consideri la funzione $f: \text{dom}(f) \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \left(\frac{1}{x} - 1\right) \left(e^{\frac{3}{x-2}} - 1\right) \frac{1}{1 + \sqrt{9 - x^2}}$$

Determinare $\text{dom}(f)$.**[punti 1.5]**Determinare l'insieme $A = \{x \in \text{dom}(f) : f(x) \geq 0\}$.**[punti 2.5]**

Esercizio 2 Sia $f: \text{dom}(f) \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tale che $f(x) = \cos(x)$. Specificare il dominio e l'insieme immagine della funzione, tracciarne il grafico, dire se è suriettiva e se è iniettiva.**[punti 1]**

Esercizio 3 Determinare le soluzioni complesse dell'equazione

$$z^4 + 3 = 0,$$

e rappresentarle nel piano complesso.

[punti 2]

Esercizio 4 Determinare il luogo geometrico dei punti $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$\text{Im} \left(\frac{i(z^2 + (\text{Im} z)^2) - z}{e^{i\pi/2}(z\bar{z} - 5e^{4\pi i})} \right) = 0$$

e rappresentarlo nel piano complesso.

[punti 3]

Esercizio 5 Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n+3)^n (n+4)^3 \left(\sin \frac{1}{n} - \arctan \frac{1}{n} \right)}{\sqrt{(n+2)^{2n} + n!} + n!}$$

[punti 3]

Esercizio 6 Sia data la funzione $f : \text{dom}(f) \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da:

$$f(x) = \begin{cases} (5x + |5x|) \log |x| & \text{se } x \neq 0 \\ 0 & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

Determinare il dominio di f .

[punti 0.5]

Riscrivere la funzione come funzione definita a tratti sfruttando la definizione della funzione modulo.

[punti 0.75]

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f . **Quindi studiare la continuità di f in $x = 0$.**

[punti 2]

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

[punti 1.5]

Studiare la crescita e decrescita di f sul suo dominio, calcolando, qualora esistano, punti stazionari, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

[punti 1.25]

Calcolare la derivata seconda di f , calcolare, qualora esistano, punto di flesso e stabilire dove la funzione è convessa e dove è concava.

[punti 1]

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

[punti 1]
