

Cognome e nome

Firma Matricola

Istruzioni

- (a). PROIBITO usare libri, quaderni, appunti, calcolatrici, telefoni cellulari, smartphone, smartwatch e altri supporti.
- (b). CONSEGNARE **tutti i fogli su cui sono stati eseguiti i conti e questo foglio**.
- (c). TEMPO a disposizione: 120 min.

Esercizio 1 Si consideri la funzione $f: \text{dom}(f) \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \frac{(3x^3 + \pi x^2) \sin\left(\frac{x}{6}\right)}{\sqrt{\log(1 + \pi^2 - x^2)}}$$

Determinare $\text{dom}(f)$.**[punti 2]**Determinare l'insieme $A = \{x \in \text{dom}(f) : f(x) \geq 0\}$.**[punti 2]****Esercizio 2** Sia $f: \text{dom}(f) \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tale che $f(x) = \arctan(x)$. Specificare il dominio e l'insieme immagine della funzione, tracciarne il grafico, dire se è suriettiva e se è iniettiva.**[punti 1]****Esercizio 3** Determinare le soluzioni complesse dell'equazione

$$z^4 + 5z = 0,$$

scriverele in forma cartesiana e rappresentarle nel piano complesso.

[punti 2]**Esercizio 4** Determinare il luogo geometrico dei punti $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$\overline{z + e^{3\pi i}} + 2 \frac{(1+i)^2}{(1-i)^2} \text{Im}z - \frac{\text{Im}((z-1)^2)}{i} = 0$$

e rappresentarlo nel piano complesso.

[punti 3]

Esercizio 5 Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-1)! \left(\log \left(1 + \frac{1}{5n} \right) - e^{1/(5n)} + 1 \right)}{6 n! \left(\sin \left(\frac{1}{n} \right) - \frac{1}{n} \right)}$$

[punti 2]

Esercizio 6 Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{4 - \log^2(x)}{x(2 + \log^2(x))^2}$$

[punti 2]

Esercizio 7 Sia data la funzione $f : \text{dom}(f) \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da:

$$f(x) = \frac{3 \log(x)}{1 + \log^2(x)}$$

Determinare il dominio di f .

[punti 0.5]

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

[punti 2]

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

[punti 1]

Studiare la crescenza e decrescenza di f sul suo dominio, calcolando, qualora esistano, punti stazionari, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

[punti 2]

Senza calcolare la derivata seconda di f , dire se f ammette dei punti di flesso e localizzarli.

[punti 1]

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

[punti 0.5]
