Analisi Matematica 1 - Appello 14 gennaio 2025

Corso di laurea IMFLT-INFLT-ETELT Cognomi (M-Z)

Il NUMERO della FILA è contenuto nel testo dell'esercizio 3 ed è la costante sommata a $|z|^2$.

Fila 1

1. $dom(f) = \mathbb{R}$, $A = [-8,-6] \cup [6,8]$.

2. $dom(f) = \mathbb{R}$, $im(f) = (-\infty, 0)$, $f(x) \leq -1$ per $x \geq 0$.

3. Il luogo geometrico cercato è il semipiano di $\mathbb{R}^2$ delimitato dalla retta $y = \frac{1}{4}(x-1)$ e non contenente il punto $(0,0)$.

4. Le radici sono: $z_0 = \frac{1}{\sqrt[3]{7}} e^{-i\pi/9}$, $z_1 = \frac{1}{\sqrt[3]{7}} e^{i5\pi/9}$, $z_2 = \frac{1}{\sqrt[3]{7}} e^{i11\pi/9}$.

5. Il limite vale $\ell = \frac{4}{e}$

6. La funzione non è derivabile nel punto $x = 0$ in quanto $f'_-(0) = \frac{9}{4}$, mentre $f'_+(0) = \frac{1}{10}$. Quindi $x = 0$ è un punto angoloso.

7. *Dominio:* $\operatorname{dom} f = \mathbb{R} \setminus \{\frac{3}{2}\pi + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\}$.

Limiti: $\lim_{x \to \frac{3}{2}\pi} f(x) = -\infty$; la retta $x = \frac{3}{2}\pi$ è un asintoto verticale. Per la periodicità, anche tutte le rette $x = \frac{3}{2}\pi + 2k\pi$ sono asintoti verticali.
Sempre per la periodicità, f non ammette asintoti orizzontali e obliqui;

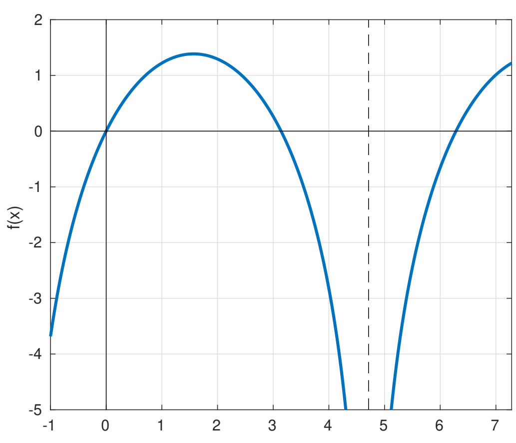
Derivata prima:

$$f'(x) = \frac{2}{(1+\sin x)} \cos x,$$

$\operatorname{dom}(f') = \operatorname{dom} f$, non esistono punti di non derivabilità;

punti stazionari (nell'intervallo $[0, 2\pi]$*):* $x = \frac{\pi}{2}$;

Segno di f' *(nell'intervallo* $[0, 2\pi]$*):*
f è crescente in $x \in]0, \frac{\pi}{2}[\cup]\frac{3}{2}\pi, 2\pi[$; f e decrescente in $]\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi[$; $x = \frac{\pi}{2}$ è punto di massimo relativo e assoluto, f non ammette punti di minimo assoluto perché è illimitata inferiormente.



Fila 2

1. $dom(f) = \mathbb{R}$, $A = [-7, -5] \cup [5, 7]$.

2. $dom(f) = \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $im(f) = (-\infty, 0)$, $f(x) \leq -1$ per $|x| \leq 1$.

3. Il luogo geometrico cercato è il semipiano di $\mathbb{R}^2$ delimitato dalla retta $y = \frac{1}{6}(x-1)$ e non contenente il punto $(0, 0)$.

4. Le radici sono: $z_0 = \frac{1}{\sqrt[3]{6}} e^{i\pi/9}$, $z_1 = \frac{1}{\sqrt[3]{6}} e^{i7\pi/9}$, $z_2 = \frac{1}{\sqrt[3]{6}} e^{i13\pi/9}$.

5. Il limite vale $\ell = \frac{9}{e^2}$

6. La funzione non è derivabile nel punto $x = 0$ in quanto $f'_-(0) = \frac{25}{8}$, mentre $f'_+(0) = \frac{1}{8}$. Quindi $x = 0$ è un punto angoloso.

7. *Dominio:* $\operatorname{dom} f = \mathbb{R} \setminus \{\frac{3}{2}\pi + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\}$.

Limiti: $\lim_{x \to \frac{3}{2}\pi} f(x) = -\infty$; la retta $x = \frac{3}{2}\pi$ è un asintoto verticale. Per la periodicità, anche tutte le rette $x = \frac{3}{2}\pi + 2k\pi$ sono asintoti verticali.
Sempre per la periodicità, f non ammette asintoti orizzontali e obliqui;

Derivata prima:

$$f'(x) = \frac{4}{(1 + \sin x)} \cos x,$$

$\operatorname{dom}(f') = \operatorname{dom} f$, non esistono punti di non derivabilità;

punti stazionari (nell'intervallo $[0, 2\pi]$*):* $x = \frac{\pi}{2}$;

Segno di f' *(nell'intervallo* $[0, 2\pi]$*):*
f è crescente in $x \in]0, \frac{\pi}{2}[\cup]\frac{3}{2}\pi, 2\pi[$; f e decrescente in $]\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi[$; $x = \frac{\pi}{2}$ è punto di massimo relativo e assoluto, f non ammette punti di minimo assoluto perché è illimitata inferiormente.

Fila 3

1. $dom(f) = \mathbb{R}$, $A = [-6, -4] \cup [4, 6]$.

2. $dom(f) = \mathbb{R}$, $im(f) = (-\infty, 0)$, $f(x) \leq -1$ per $x \geq 0$.

3. Il luogo geometrico cercato è il semipiano di $\mathbb{R}^2$ delimitato dalla retta $y = \frac{1}{8}(x-1)$ e non contenente il punto $(0, 0)$.

4. Le radici sono: $z_0 = \frac{1}{\sqrt[3]{5}} e^{-i\pi/9}$, $z_1 = \frac{1}{\sqrt[3]{5}} e^{i5\pi/9}$, $z_2 = \frac{1}{\sqrt[3]{5}} e^{i11\pi/9}$.

5. Il limite vale $\ell = \frac{16}{e^3}$

6. La funzione non è derivabile nel punto $x = 0$ in quanto $f'_-(0) = \frac{49}{12}$, mentre $f'_+(0) = \frac{1}{6}$. Quindi $x = 0$ è un punto angoloso.

7. *Dominio:* $\operatorname{dom} f = \mathbb{R} \setminus \{\frac{3}{2}\pi + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\}$.

Limiti: $\lim_{x \to \frac{3}{2}\pi} f(x) = -\infty$; la retta $x = \frac{3}{2}\pi$ è un asintoto verticale. Per la periodicità, anche tutte le rette $x = \frac{3}{2}\pi + 2k\pi$ sono asintoti verticali.
Sempre per la periodicità, f non ammette asintoti orizzontali e obliqui;

Derivata prima:

$$f'(x) = \frac{6}{(1 + \sin x)} \cos x,$$

$\operatorname{dom}(f') = \operatorname{dom} f$, non esistono punti di non derivabilità;

punti stazionari (nell'intervallo $[0, 2\pi]$*):* $x = \frac{\pi}{2}$;

Segno di f' *(nell'intervallo* $[0, 2\pi]$*):*
f è crescente in $x \in]0, \frac{\pi}{2}[\cup]\frac{3}{2}\pi, 2\pi[$; f e decrescente in $]\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi[$; $x = \frac{\pi}{2}$ è punto di massimo relativo e assoluto, f non ammette punti di minimo assoluto perché è illimitata inferiormente.

Fila 4

1. $dom(f) = \mathbb{R}$, $A = [-5, -3] \cup [3, 5]$.

2. $dom(f) = \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $im(f) = (-\infty, 0)$, $f(x) \leq -1$ per $|x| \leq 1$.

3. Il luogo geometrico cercato è il semipiano di $\mathbb{R}^2$ delimitato dalla retta $y = \frac{1}{10}(x - 1)$ e non contenente il punto $(0, 0)$.

4. Le radici sono: $z_0 = \frac{1}{\sqrt[3]{4}} e^{i\pi/9}$, $z_1 = \frac{1}{\sqrt[3]{4}} e^{i7\pi/9}$, $z_2 = \frac{1}{\sqrt[3]{4}} e^{i13\pi/9}$.

5. Il limite vale $\ell = \frac{25}{e^4}$

6. La funzione non è derivabile nel punto $x = 0$ in quanto $f'_-(0) = \frac{81}{16}$, mentre $f'_+(0) = \frac{1}{4}$. Quindi $x = 0$ è un punto angoloso.

7. *Dominio:* $\operatorname{dom} f = \mathbb{R} \setminus \{\frac{3}{2}\pi + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}\}$.

Limiti: $\lim_{x \to \frac{3}{2}\pi} f(x) = -\infty$; la retta $x = \frac{3}{2}\pi$ è un asintoto verticale. Per la periodicità, anche tutte le rette $x = \frac{3}{2}\pi + 2k\pi$ sono asintoti verticali.
Sempre per la periodicità, f non ammette asintoti orizzontali e obliqui;

Derivata prima:

$$f'(x) = \frac{8}{(1 + \sin x)} \cos x,$$

$\operatorname{dom}(f') = \operatorname{dom} f$, non esistono punti di non derivabilità;

punti stazionari (nell'intervallo $[0, 2\pi]$*):* $x = \frac{\pi}{2}$;

Segno di f' *(nell'intervallo* $[0, 2\pi]$*):*
f è crescente in $x \in]0, \frac{\pi}{2}[\cup]\frac{3}{2}\pi, 2\pi[$; f e decrescente in $]\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi[$; $x = \frac{\pi}{2}$ è punto di massimo relativo e assoluto, f non ammette punti di minimo assoluto perché è illimitata inferiormente.
