Analisi Matematica 1 - Appello 14 aprile 2025

Corso di laurea IFMLT-INFLT-ETELT Cognomi (M-Z)

Il NUMERO della FILA è contenuto nel testo dell'esercizio 4 ed è la metà del coefficiente all'interno del modulo.

Fila 1

1. $dom(f) = (-3,-2) \cup (2,+\infty)$,
$A = (-3,-\sqrt{5}] \cup [\sqrt{5},+\infty)$.

2. $dom(f) = \mathbb{R}$, $im(f) = [-1,1]$, $f(x) \leq 0$ per $x \in [(2k+1)\pi,(2k+2)\pi]$ con $k \in \mathbb{Z}$.

3. Il luogo geometrico cercato è la circonferenza di centro lo zero e raggio $r = 2$.

4. Le radici sono: $z_0 = \frac{1}{\sqrt[4]{3}}e^{i\pi/8}$, $z_1 = \frac{1}{\sqrt[4]{3}}e^{i\pi 5/8}$, $z_2 = \frac{1}{\sqrt[4]{3}}e^{i\pi 9/8}$, $z_3 = \frac{1}{\sqrt[4]{3}}e^{i\pi 13/8}$.

5. Il limite vale $\ell = \frac{3}{2}e^2$.

6. *Dominio:* $\operatorname{dom} f = (-\infty,+\infty)$.

Simmetrie: la funzione non presenta simmetrie.

Limiti: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = +\infty$; la retta $y = -x + \frac{\pi}{2}$ è asintoto obliquo sinistro, la retta $y = x - \frac{\pi}{2}$ è asintoto obliquo destro. La funzione non ammette asintoti orizzontali o verticali.

Derivata prima:

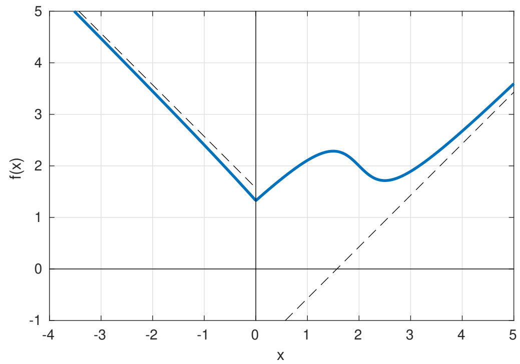
$$f'(x) = \frac{|x|}{x} - \frac{2}{1+4(x-2)^2}.$$

$\operatorname{dom}(f') = \operatorname{dom} f \setminus \{0\}$, $x = 0$ è punto angoloso: $f'_-(0) = -1 - \frac{2}{17} < 0$, $f'_+(0) = 1 - \frac{2}{17} > 0$;
punti stazionari: $x = \frac{3}{2}$, $x = \frac{5}{2}$;
Crescenza/decrescenza:
f è crescente in $(0,\frac{3}{2}) \cup (\frac{5}{2},+\infty)$ e decrescente in $(-\infty,0) \cup (\frac{3}{2},\frac{5}{2})$.
$x = 0$ è punto di minimo assoluto angoloso; $x = \frac{3}{2}$ è punto di massimo relativo, $x = \frac{5}{2}$ è punto di minimo relativo. f non ammette punti di massimo assoluto perché è illimitata superiormente.

Derivata seconda:

$$f''(x) = \frac{16(x-2)}{(1+4(x-2)^2)^2},$$

f è convessa in $(2,+\infty)$ e concava in $(-\infty,0) \cup (0,2)$; $x = 2$ è punto di flesso.



Fila 2

1. $dom(f) = (-4,-3) \cup (3,+\infty)$,
$A = (-4, -\sqrt{10}] \cup [\sqrt{10}, +\infty)$.

2. $dom(f) = \mathbb{R}$, $im(f) = [-1,1]$, $f(x) \leq 0$ per $x \in [(2k+\frac{1}{2})\pi, (2k+\frac{3}{2})\pi]$ con $k \in \mathbb{Z}$.

3. Il luogo geometrico cercato è la circonferenza di centro lo zero e raggio $r = 3$.

4. Le radici sono: $z_0 = \frac{1}{\sqrt[4]{5}} e^{i\pi/8}$, $z_1 = \frac{1}{\sqrt[4]{5}} e^{i\pi 5/8}$, $z_2 = \frac{1}{\sqrt[4]{5}} e^{i\pi 9/8}$, $z_3 = \frac{1}{\sqrt[4]{5}} e^{i\pi 13/8}$.

5. Il limite vale $\ell = \frac{5}{2} e^3$.

6. *Dominio:* $\operatorname{dom} f = (-\infty, +\infty)$.

Simmetrie: la funzione non presenta simmetrie.

Limiti: $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = +\infty$; la retta $y = -x + \frac{\pi}{2}$ è asintoto obliquo sinistro, la retta $y = x - \frac{\pi}{2}$ è asintoto obliquo destro. La funzione non ammette asintoti orizzontali o verticali.

Derivata prima:

$$f'(x) = \frac{|x|}{x} - \frac{2}{1+4(x-3)^2}.$$

$\operatorname{dom}(f') = \operatorname{dom} f \setminus \{0\}$, $x = 0$ è punto angoloso: $f'_-(0) = -1 - \frac{2}{37} < 0$, $f'_+(0) = 1 - \frac{2}{37} > 0$;
punti stazionari: $x = \frac{5}{2}$, $x = \frac{7}{2}$;

Crescenza/decrescenza:
f è crescente in $(0, \frac{5}{2}) \cup (\frac{7}{2}, +\infty)$ e decrescente in $(-\infty, 0) \cup (\frac{5}{2}, \frac{7}{2})$.
$x = 0$ è punto di minimo assoluto angoloso; $x = \frac{5}{2}$ è punto di massimo relativo, $x = \frac{7}{2}$ è punto di minimo relativo. f non ammette punti di massimo assoluto perché è illimitata superiormente.

Derivata seconda:

$$f''(x) = \frac{16(x-3)}{(1+4(x-3)^2)^2},$$

f è convessa in $(3,+\infty)$ e concava in $(-\infty,0) \cup (0,3)$; $x = 3$ è punto di flesso.

Fila 3

1. $dom(f) = (-5, -4) \cup (4, +\infty)$,
$A = (-5, -\sqrt{17}] \cup [\sqrt{17}, +\infty)$.

2. $dom(f) = \mathbb{R}$, $im(f) = [-1, 1]$, $f(x) \leq 0$ per $x \in [(2k+1)\pi, (2k+2)\pi]$ con $k \in \mathbb{Z}$.

3. Il luogo geometrico cercato è la circonferenza di centro lo zero e raggio $r = 4$.

4. Le radici sono: $z_0 = \frac{1}{\sqrt[4]{7}} e^{i\pi/8}$, $z_1 = \frac{1}{\sqrt[4]{7}} e^{i\pi 5/8}$, $z_2 = \frac{1}{\sqrt[4]{7}} e^{i\pi 9/8}$, $z_3 = \frac{1}{\sqrt[4]{7}} e^{i\pi 13/8}$.

5. Il limite vale $\ell = \frac{7}{2} e^4$.

6. *Dominio:* $\mathrm{dom}\, f = (-\infty, +\infty)$.

   Simmetrie: la funzione non presenta simmetrie.

   Limiti: $\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = +\infty$; la retta $y = -x + \frac{\pi}{2}$ è asintoto obliquo sinistro, la retta $y = x - \frac{\pi}{2}$ è asintoto obliquo destro. La funzione non ammette asintoti orizzontali o verticali.

   Derivata prima:
$$f'(x) = \frac{|x|}{x} - \frac{2}{1 + 4(x-4)^2}.$$
   $\mathrm{dom}(f') = \mathrm{dom}\, f \setminus \{0\}$, $x = 0$ è punto angoloso: $f'_-(0) = -1 - \frac{2}{65} < 0$, $f'_+(0) = 1 - \frac{2}{65} > 0$;
   punti stazionari: $x = \frac{7}{2}$, $x = \frac{9}{2}$;
   Crescenza/decrescenza:
   f è crescente in $(0, \frac{7}{2}) \cup (\frac{9}{2}, +\infty)$ e decrescente in $(-\infty, 0) \cup (\frac{7}{2}, \frac{9}{2})$.
   $x = 0$ è punto di minimo assoluto angoloso; $x = \frac{7}{2}$ è punto di massimo relativo, $x = \frac{9}{2}$ è punto di minimo relativo. f non ammette punti di massimo assoluto perché è illimitata superiormente.

   Derivata seconda:
$$f''(x) = \frac{16(x-4)}{(1 + 4(x-4)^2)^2},$$
   f è convessa in $(4, +\infty)$ e concava in $(-\infty, 0) \cup (0, 4)$; $x = 4$ è punto di flesso.

Fila 4

1. $dom(f) = (-6, -5) \cup (5, +\infty)$,
$A = (-6, -\sqrt{26}] \cup [\sqrt{26}, +\infty)$.

2. $dom(f) = \mathbb{R}$, $im(f) = [-1, 1]$, $f(x) \leq 0$ per $x \in [(2k + \frac{1}{2})\pi, (2k + \frac{3}{2})\pi]$ con $k \in \mathbb{Z}$.

3. Il luogo geometrico cercato è la circonferenza di centro lo zero e raggio $r = 5$.

4. Le radici sono: $z_0 = \frac{1}{\sqrt[4]{9}} e^{i\pi/8}$, $z_1 = \frac{1}{\sqrt[4]{9}} e^{i\pi 5/8}$, $z_2 = \frac{1}{\sqrt[4]{9}} e^{i\pi 9/8}$, $z_3 = \frac{1}{\sqrt[4]{9}} e^{i\pi 13/8}$.

5. Il limite vale $\ell = \frac{9}{2} e^5$.

6. *Dominio:* $\operatorname{dom} f = (-\infty, +\infty)$.

Simmetrie: la funzione non presenta simmetrie.

Limiti: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = +\infty$; la retta $y = -x + \frac{\pi}{2}$ è asintoto obliquo sinistro, la retta $y = x - \frac{\pi}{2}$ è asintoto obliquo destro. La funzione non ammette asintoti orizzontali o verticali.

Derivata prima:

$$f'(x) = \frac{|x|}{x} - \frac{2}{1 + 4(x-5)^2}.$$

$\operatorname{dom}(f') = \operatorname{dom} f \setminus \{0\}$, $x = 0$ è punto angoloso: $f'_-(0) = -1 - \frac{2}{101} < 0$, $f'_+(0) = 1 - \frac{2}{101} > 0$;
punti stazionari: $x = \frac{9}{2}$, $x = \frac{11}{2}$;

Crescenza/decrescenza:
f è crescente in $(0, \frac{9}{2}) \cup (\frac{11}{2}, +\infty)$ e decrescente in $(-\infty, 0) \cup (\frac{9}{2}, \frac{11}{2})$.
$x = 0$ è punto di minimo assoluto angoloso; $x = \frac{9}{2}$ è punto di massimo relativo, $x = \frac{11}{2}$ è punto di minimo relativo. f non ammette punti di massimo assoluto perché è illimitata superiormente.

Derivata seconda:

$$f''(x) = \frac{16(x-5)}{(1 + 4(x-5)^2)^2},$$

f è convessa in $(5, +\infty)$ e concava in $(-\infty, 0) \cup (0, 5)$; $x = 5$ è punto di flesso.