Analisi Matematica 1 - Appello 11 giugno 2025

Corso di laurea IFMLT-INFLT-ETELT Cognomi (M-Z)

Il NUMERO della FILA è contenuto nel testo dell'esercizio 2 ed è la costante sommata o sottratta ad x.

Fila 1

1. $dom(f) = \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi\right) \cup \left(\frac{3}{2}\pi, 2\pi\right)$, $\quad A = \left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left[\frac{5}{4}\pi, \frac{3}{2}\pi\right) \cup [2\pi - 1, 2\pi)$.

2. $dom(f) = [1, +\infty)$, $im(f) = [0, +\infty)$; $f(x) \leq 1$ quando $x \in [1, 2]$.

3. Il luogo geometrico cercato corrisponde al sottoinsieme di $\mathbb{R}^2$ dato dai quadranti del disco con centro $(0, 0)$ e raggio $\sqrt{8}$, che sono contenuti nel primo e nel terzo quadrante.

4. Le radici sono: $z_0 = \sqrt[3]{\frac{9}{2}} e^{i\frac{\pi}{6}}$, $\qquad z_1 = \sqrt[3]{\frac{9}{2}} e^{i\frac{5}{6}\pi}$, $\qquad z_2 = \sqrt[3]{\frac{9}{2}} e^{i\frac{3}{2}\pi}$.

5. Il limite vale:

$$\ell = \begin{cases} +\infty & \text{se } \alpha > \frac{2}{3} \\ \frac{9}{2} & \text{se } \alpha = \frac{2}{3} \\ 0 & \text{se } 0 < \alpha < \frac{2}{3}. \end{cases}$$

6. *Dominio:* $\operatorname{dom} f = (-\infty, +\infty)$.

Limiti: $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 0$, la retta $y = 0$ è asintoto orizzontale sinistro;
$\lim_{x \to +\infty} f(x) = 2$, la retta $y = 2$ è asintoto orizzontale destro.
$\lim_{x \to 0^{\pm}} f(x) = 1$, la funzione è continua in $x = 0$.
La funzione non ammette asintoti obliqui o verticali.

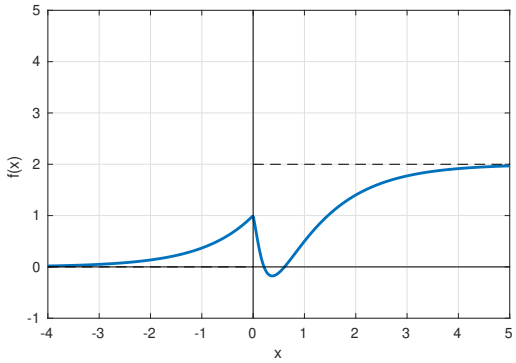
Derivata prima:

$$f'(x) = \begin{cases} e^x & \text{se } x < 0 \\ \dfrac{36x^2 - 5}{1 + 36x^2} e^{\arctan(6x) - x} & \text{se } x > 0. \end{cases}$$

$\operatorname{dom}(f') = \operatorname{dom} f \setminus \{0\}$, $x = 0$ è punto angoloso: $f'_-(0) = 1$, $f'_+(0) = -5$;

punti stazionari: $x = \frac{\sqrt{5}}{6}$

Crescenza/decrescenza:
La funzione è crescente in ciascuno degli intervalli $(-\infty, 0)$ e $\left(\frac{\sqrt{5}}{6}, +\infty\right)$, e decrescente nell'intervallo $\left(0, \frac{\sqrt{5}}{6}\right)$. Inoltre, il punto $x = 0$ è punto di massimo relativo non stazionario e il punto $x = \frac{\sqrt{5}}{6}$ è punto di minimo relativo stazionario.



Fila 2

1. $dom(f) = \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi\right) \cup \left(\frac{3}{2}\pi, 2\pi\right)$, $\quad A = \left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left[\frac{5}{4}\pi, \frac{3}{2}\pi\right) \cup [2\pi - 1, 2\pi)$.

2. $dom(f) = [-2, +\infty)$, $im(f) = [0, +\infty)$; $f(x) \leq 1$ quando $x \in [-2, -1]$.

3. Il luogo geometrico cercato corrisponde al sottoinsieme di $\mathbb{R}^2$ dato dai quadranti del disco con centro $(0, 0)$ e raggio $\sqrt{7}$, che sono contenuti nel primo e nel terzo quadrante.

4. Le radici sono: $z_0 = \sqrt[3]{\frac{7}{2}} e^{i\frac{\pi}{6}}$, $\qquad z_1 = \sqrt[3]{\frac{7}{2}} e^{i\frac{5}{6}\pi}$, $\qquad z_2 = \sqrt[3]{\frac{7}{2}} e^{i\frac{3}{2}\pi}$.

5. Il limite vale:

$$\ell = \begin{cases} +\infty & \text{se } \alpha > \frac{2}{5} \\ \frac{25}{2} & \text{se } \alpha = \frac{2}{5} \\ 0 & \text{se } 0 < \alpha < \frac{2}{5}. \end{cases}$$

6. *Dominio:* $\operatorname{dom} f = (-\infty, +\infty)$.

Limiti: $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 0$, la retta $y = 0$ è asintoto orizzontale sinistro;
$\lim_{x \to +\infty} f(x) = 2$, la retta $y = 2$ è asintoto orizzontale destro.
$\lim_{x \to 0^{\pm}} f(x) = 1$, la funzione è continua in $x = 0$.
La funzione non ammette asintoti obliqui o verticali.

Derivata prima:

$$f'(x) = \begin{cases} e^x & \text{se } x < 0 \\ \dfrac{49x^2 - 6}{1 + 49x^2} e^{\arctan(7x) - x} & \text{se } x > 0. \end{cases}$$

$\operatorname{dom}(f') = \operatorname{dom} f \setminus \{0\}$, $x = 0$ è punto angoloso: $f'_-(0) = 1$, $f'_+(0) = -6$;

punti stazionari: $x = \frac{\sqrt{6}}{7}$

Crescenza/decrescenza:
La funzione è crescente in ciascuno degli intervalli $(-\infty, 0)$ e $\left(\frac{\sqrt{6}}{7}, +\infty\right)$, e decrescente nell'intervallo $\left(0, \frac{\sqrt{6}}{7}\right)$. Inoltre, il punto $x = 0$ è punto di massimo relativo non stazionario e il punto $x = \frac{\sqrt{6}}{7}$ è punto di minimo relativo stazionario.

Fila 3

1. $dom(f) = \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi\right) \cup \left(\frac{3}{2}\pi, 2\pi\right)$, $\quad A = \left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left[\frac{5}{4}\pi, \frac{3}{2}\pi\right) \cup [2\pi - 1, 2\pi)$.

2. $dom(f) = [3, +\infty)$, $im(f) = [0, +\infty)$; $f(x) \leq 1$ quando $x \in [3, 4]$.

3. Il luogo geometrico cercato corrisponde al sottoinsieme di $\mathbb{R}^2$ dato dai quadranti del disco con centro $(0, 0)$ e raggio $\sqrt{6}$, che sono contenuti nel primo e nel terzo quadrante.

4. Le radici sono: $z_0 = \sqrt[3]{\frac{5}{2}} e^{i\frac{\pi}{6}}$, $\qquad z_1 = \sqrt[3]{\frac{5}{2}} e^{i\frac{5}{6}\pi}$, $\qquad z_2 = \sqrt[3]{\frac{5}{2}} e^{i\frac{3}{2}\pi}$.

5. Il limite vale:

$$\ell = \begin{cases} +\infty & \text{se } \alpha > \frac{2}{7} \\ \frac{49}{2} & \text{se } \alpha = \frac{2}{7} \\ 0 & \text{se } 0 < \alpha < \frac{2}{7}. \end{cases}$$

6. *Dominio:* $\operatorname{dom} f = (-\infty, +\infty)$.

Limiti: $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 0$, la retta $y = 0$ è asintoto orizzontale sinistro;
$\lim_{x \to +\infty} f(x) = 2$, la retta $y = 2$ è asintoto orizzontale destro.
$\lim_{x \to 0^{\pm}} f(x) = 1$, la funzione è continua in $x = 0$.
La funzione non ammette asintoti obliqui o verticali.

Derivata prima:

$$f'(x) = \begin{cases} e^x & \text{se } x < 0 \\ \dfrac{64x^2 - 7}{1 + 64x^2} e^{\arctan(8x) - x} & \text{se } x > 0. \end{cases}$$

$\operatorname{dom}(f') = \operatorname{dom} f \setminus \{0\}$, $x = 0$ è punto angoloso: $f'_-(0) = 1$, $f'_+(0) = -7$;

punti stazionari: $x = \frac{\sqrt{7}}{8}$

Crescenza/decrescenza:

La funzione è crescente in ciascuno degli intervalli $(-\infty, 0)$ e $\left(\frac{\sqrt{7}}{8}, +\infty\right)$, e decrescente nell'intervallo $\left(0, \frac{\sqrt{7}}{8}\right)$. Inoltre, il punto $x = 0$ è punto di massimo relativo non stazionario e il punto $x = \frac{\sqrt{7}}{8}$ è punto di minimo relativo stazionario.

Fila 4

1. $dom(f) = \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi\right) \cup \left(\frac{3}{2}\pi, 2\pi\right)$, $\quad A = \left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left[\frac{5}{4}\pi, \frac{3}{2}\pi\right) \cup [2\pi - 1, 2\pi)$.

2. $dom(f) = [-4, +\infty)$, $im(f) = [0, +\infty)$; $f(x) \leq 1$ quando $x \in [-4, -3]$.

3. Il luogo geometrico cercato corrisponde al sottoinsieme di $\mathbb{R}^2$ dato dai quadranti del disco con centro $(0, 0)$ e raggio $\sqrt{5}$, che sono contenuti nel primo e nel terzo quadrante.

4. Le radici sono: $z_0 = \sqrt[3]{\frac{3}{2}} e^{i\frac{\pi}{6}}$, $\qquad z_1 = \sqrt[3]{\frac{3}{2}} e^{i\frac{5}{6}\pi}$, $\qquad z_2 = \sqrt[3]{\frac{3}{2}} e^{i\frac{3}{2}\pi}$.

5. Il limite vale:

$$\ell = \begin{cases} +\infty & \text{se } \alpha > \frac{2}{9} \\ \frac{81}{2} & \text{se } \alpha = \frac{2}{9} \\ 0 & \text{se } 0 < \alpha < \frac{2}{9}. \end{cases}$$

6. *Dominio:* $\operatorname{dom} f = (-\infty, +\infty)$.

Limiti: $\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$, la retta $y = 0$ è asintoto orizzontale sinistro;
$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 2$, la retta $y = 2$ è asintoto orizzontale destro.
$\lim_{x\to0^{\pm}} f(x) = 1$, la funzione è continua in $x = 0$.
La funzione non ammette asintoti obliqui o verticali.

Derivata prima:

$$f'(x) = \begin{cases} e^x & \text{se } x < 0 \\ \dfrac{81x^2 - 8}{1 + 81x^2} e^{\arctan(9x) - x} & \text{se } x > 0. \end{cases}$$

$\operatorname{dom}(f') = \operatorname{dom} f \setminus \{0\}$, $x = 0$ è punto angoloso: $f'_-(0) = 1$, $f'_+(0) = -8$;

punti stazionari: $x = \frac{\sqrt{8}}{9}$

Crescenza/decrescenza:

La funzione è crescente in ciascuno degli intervalli $(-\infty, 0)$ e $\left(\frac{\sqrt{8}}{9}, +\infty\right)$, e decrescente nell'intervallo $\left(0, \frac{\sqrt{8}}{9}\right)$. Inoltre, il punto $x = 0$ è punto di massimo relativo non stazionario e il punto $x = \frac{\sqrt{8}}{9}$ è punto di minimo relativo stazionario.