

Corso di laurea IFMLT-INFLT-ETELT Cognomi (M-Z)

Cognome e nome .....

Firma.....Matricola.....

**Istruzioni**

- (a). PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari, smartphone, smartwatch.  
(b). CONSEGNARE **tutti i fogli su cui sono stati eseguiti i conti**.  
(c). TEMPO a disposizione: 120 min.

**Esercizio 1** Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{\left(e^{\frac{3}{(n+3)!}} - 1\right) \left((n+1)! + \log(n^3)\right)}{\left[n^2 - \cos(\sqrt{n+3})\right] \sin^2\left(\frac{2}{n}\right)}.$$

**[punti 3]****Esercizio 2** Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(n+4)^n}{8^{n^2}}.$$

**[punti 2]****Esercizio 3** Determinare la primitiva  $F: (-6, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  della funzione

$$f(x) = \frac{7x^2 + 12x + 5}{(x+6)(x^2+1)}$$

tale che  $F(0) = -\log(6)$ .**[punti 3]****Esercizio 4** Dopo aver calcolato una primitiva generica di

$$f(x) = \frac{2}{3}xe^{x^2+1}$$

calcolare l'area del trapezoide sotteso alla funzione  $f(x)$  sull'intervallo  $[-1, 0]$ .**[punti 2]**

Rispondere alle seguenti domande.

### Domanda 1

- (a). Scrivere la definizione di  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \ell \in \mathbb{R}$  e rappresentare graficamente la definizione.  
Riportare l'espressione di una funzione  $f(x)$  tale che  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ .
- (b). Scrivere l'enunciato del teorema di unicità del limite.
- (c). Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione che ammette asintoto orizzontale per  $x \rightarrow +\infty$ .  
 $f$  può ammettere anche un asintoto obliquo per  $x \rightarrow +\infty$ ? Motivare la risposta.
- (d). Enunciare e dimostrare il primo teorema di confronto dei limiti.

### Domanda 2

- (a). Scrivere la definizione di successione limitata e riportare un esempio.
- (b). Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false, motivando le risposte.
- (a) Se una successione  $a_n$  è limitata, allora  $a_n$  è anche convergente.
  - (b) Se una successione  $a_n$  è convergente, allora  $a_n$  è anche limitata.
- (c). Quale differenza intercorre tra una successione  $a_n$  e la serie di termine generale  $a_n$ ?  
Completare la risposta con un esempio.
- (d). Dire se l'affermazione seguente è vera o falsa e motivare la propria risposta con degli esempi:  
"Se una successione  $a_n$  converge, allora converge anche la serie di termine generale  $a_n$ ".

### Domanda 3

- (a). Scrivere l'enunciato del secondo teorema fondamentale del calcolo integrale e dimostrarlo.
- (b). Dire se la funzione  $f : [-5, 5] \rightarrow \mathbb{R}$  così definita

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{se } -5 \leq x < 0 \\ x + 1 & \text{se } 0 \leq x \leq 5 \end{cases}$$

- è integrabile secondo Riemann, motivando la risposta.
- (c). Dire se il secondo teorema del calcolo integrale può essere applicato alla funzione  $f(x)$  definita al punto precedente e motivare la risposta.