

Corso di laurea IFMLT-INFLT-ETELT Cognomi (M-Z)

Cognome e nome

Firma.....Matricola.....

Istruzioni

- (a). PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari, smartphone, smartwatch.
- (b). CONSEGNARE **tutti i fogli su cui sono stati eseguiti i conti.**
- (c). TEMPO a disposizione: 120 min.

Esercizio 1 Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt{e^{2/n} - \frac{2}{n} - 1} \cdot \log \left(1 + \frac{1}{\sqrt[3]{n}} \right).$$

[punti 2.5]**Esercizio 2** Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n^2 + 3n}{(n+5)5^n}.$$

[punti 2.5]**Esercizio 3** Calcolare l'integrale

$$\int_{\frac{1}{3}}^{\frac{2}{3}} \frac{6x+2}{x-x^2} dx.$$

[punti 2]**Esercizio 4** Calcolare l'area del trapezoide sotteso alla funzione

$$f(x) = \tan(x-1)$$

sull'intervallo $\left[-\frac{\pi}{4} + 1, \frac{\pi}{4} + 1\right]$.**[punti 3]**

Rispondere alle seguenti domande.

Domanda 1

- (a). Data una funzione f reale a variabile reale, scrivere la definizione di derivata prima in un punto $f'(x_0)$ e di funzione derivabile in x_0 .
- (b). Classificare i punti di non derivabilità e riportare esempi grafici dei vari casi.
- (c). Scrivere l'enunciato del teorema di Lagrange e dimostrarlo.

Domanda 2

- (a). Scrivere la definizione di successione convergente e riportare un esempio.
- (b). Dire se le seguenti affermazioni sono vere o false, motivando le risposte.
 - (a) Se una successione a_n è convergente, allora la serie $\sum_{n=n_0}^{\infty} a_n$ è convergente.
 - (b) Se una successione a_n è divergente, allora la serie $\sum_{n=n_0}^{\infty} a_n$ è divergente.
- (c). Enunciare il criterio del confronto asintotico per le serie e illustrare il criterio con un esempio.

Domanda 3

- (a). Data $f(x) = |x|$, dire se è integrabile secondo Riemann sull'intervallo $[-2, 2]$ e giustificare la risposta.
- (b). Scrivere l'enunciato del primo teorema fondamentale del calcolo integrale e dimostrarlo.
- (c). Dire se la funzione $f(x) = |x|$ ammette primitive sull'intervallo $[-2, 2]$ (senza calcolarle) e giustificare la risposta data riportando il procedimento logico svolto.