

Corso di laurea IFMLT-INFLT-ETELT Cognomi (M-Z)

Cognome e nome

Firma.....Matricola.....

Istruzioni

- (a). PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari, smartphone, smartwatch.
- (b). CONSEGNARE **tutti i fogli su cui sono stati eseguiti i conti**.
- (c). TEMPO a disposizione: 120 min.

Esercizio 1 Si consideri la funzione $f: \text{dom}(f) \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \frac{5(\tan(x) - 1) \log(2\pi - x)}{(\cos(x) + 6) \sqrt[4]{x}}.$$

Determinare il dominio di f .**[punti 1.5]**Determinare l'insieme $A = \{x \in \text{dom}(f) : f(x) \geq 0\}$.**[punti 2.5]****Esercizio 2** Tracciare il grafico di $f(x) = (x - 1)^{3/2}$ specificando il dominio e l'insieme immagine della funzione. Poi determinare i valori $x \in \text{dom}(f)$ tali che $f(x) \leq 1$.**[punti 1]****Esercizio 3** Determinare il luogo geometrico dei punti $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$\begin{cases} 8 - z\bar{z} \geq 0 \\ \text{Im}\left(\frac{z^2}{2}\right) > 0 \end{cases}$$

e rappresentarlo nel piano complesso.

[punti 2]**Esercizio 4** Calcolare le radici complesse terze del numero

$$w = \frac{9}{i} e^{-\frac{\pi}{3}i} + 9e^{i\frac{5}{2}\pi} |e^{5i}| + 9\text{Re}\left(e^{i\frac{\pi}{6}}\right),$$

scriverle in forma esponenziale e rappresentarle nel piano complesso.

[punti 3]

Esercizio 5 Sia $\alpha > 0$. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(\sin(3x) - \log(1 + 3x)) \arctan(x^\alpha)}{(e^x - \cos(x) - x)^{2\alpha}}.$$

[punti 3]

Esercizio 6 Sia data la funzione $f : \text{dom}(f) \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da:

$$f(x) = \begin{cases} e^x & \text{se } x \leq 0 \\ 2 - e^{\arctan(6x) - x} & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

Determinare il dominio di f .

[punti 0.5]

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

[punti 2]

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

[punti 2]

Studiare la crescita e decrescita di f sul suo dominio, calcolando, qualora esistano, punti stazionari e punti di massimo/minimo relativo per f .

[punti 2.5]

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

[punti 1]
