

Corso di laurea IFMLT-INFLT-ETELT Cognomi (M-Z)

Cognome e nome

Firma.....Matricola.....

Istruzioni

- (a). PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari, smartphone, smartwatch.
(b). CONSEGNARE **tutti i fogli su cui sono stati eseguiti i conti**.
(c). TEMPO a disposizione: 120 min.

Esercizio 1 Si consideri la funzione $f: \text{dom}(f) \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \frac{\sin(2x) \log(\pi x - x^2) - \log\left(\frac{\pi^2}{4} + \pi x\right) \sin(2x)}{\arctan(5x - 1)}$$

Determinare il dominio di f .**[punti 2]**Determinare l'insieme $A = \{x \in \text{dom}(f) : f(x) \geq 0\}$.**[punti 2]****Esercizio 2** Tracciare il grafico di $f(x) = 2^x$ specificando il dominio e l'insieme immagine della funzione. Poi determinare i valori $x \in \text{dom}(f)$ tali che $f(x) \geq 1$.**[punti 1]****Esercizio 3** Determinare il luogo geometrico dei punti $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$w = \frac{z + 7e^{2\pi i} + (e^{\frac{3}{2}\pi i} + 2e^{3\pi i})\text{Re}(z)}{\bar{z}} \in \mathbb{R}$$

e rappresentarlo nel piano complesso.

[punti 3]**Esercizio 4** Calcolare le radici complesse di

$$z^3 + 2i = 0,$$

scriverle in forma cartesiana e rappresentarle nel piano complesso.

[punti 2]

Esercizio 5 Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n^{3\alpha} + \log(n^7)) (n-1)!}{n! + 3n} \left(\frac{1}{n} - \sin \frac{1}{n} \right)$$

al variare di $\alpha \in (0, +\infty)$.

[punti 3]

Esercizio 6 Sia data la funzione $f : \text{dom}(f) \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da:

$$f(x) = \sqrt{x^2(x+2)}$$

Determinare il dominio di f .

[punti 0.5]

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

[punti 1.5]

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

[punti 3]

Studiare la crescita e decrescita di f sul suo dominio, calcolando, qualora esistano, punti stazionari e punti di massimo/minimo relativo e assoluto per f .

[punti 2]

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

[punti 1]
