

Corso di laurea IFMLT-INFLT-ETELT Cognomi (M-Z)

Cognome e nome

Firma.....Matricola.....

Istruzioni

- (a). PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari, smartphone, smartwatch.
 (b). CONSEGNARE **tutti i fogli su cui sono stati eseguiti i conti**.
 (c). TEMPO a disposizione: 120 min.

Esercizio 1 Si consideri la funzione $f: \text{dom}(f) \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \frac{\sqrt{2\pi x - x^2} (e^{6x} - e)}{\sin(x) \sqrt[3]{2x}}$$

Determinare il dominio di f .**[punti 2]**Determinare l'insieme $A = \{x \in \text{dom}(f) : f(x) \leq 0\}$.**[punti 2]****Esercizio 2** Tracciare il grafico di $f(x) = \arctan(x-1)$ specificando il dominio e l'insieme immagine della funzione. Poi determinare i valori $x \in \text{dom}(f)$ tali che $f(x) \geq 0$.**[punti 1]****Esercizio 3** Sia

$$w = \frac{5e^{\frac{5}{2}\pi i}}{1+i} - i|z|^2.$$

Determinare il luogo geometrico dei punti $z \in \mathbb{C}$ tali che $w = \bar{w}$ e rappresentarlo nel piano complesso.**[punti 2.5]****Esercizio 4** Sia $w \in \mathbb{C}$ la soluzione del sistema

$$\begin{cases} |w| = 7 \\ \text{Im}(w) = \text{Re}(w) \\ \text{Re}(w) \geq 0 \end{cases}$$

Calcolare le radici complesse terze di w , scriverle in forma esponenziale e rappresentarle nel piano complesso.**[punti 2.5]**

Esercizio 5 Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{2n^4 + 2n^2} - \sqrt{2} n^2 \right) \frac{(n-1)! 2n}{n! + 3n}$$

[punti 2]

Esercizio 6 Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{6 \left(\frac{\sin x}{x} - \cos x \right)}{[\arctan(5x^2) + \tan(5x^2)] \cos(2x)}$$

[punti 2]

Esercizio 7 Sia data la funzione $f : \text{dom}(f) \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da:

$$f(x) = \left(x + \frac{3}{2} \right) \log(2x + 3) - x.$$

Determinare il dominio di f .

[punti 0.5]

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

[punti 2]

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

[punti 1]

Studiare la crescita e decrescita di f sul suo dominio, calcolando, qualora esistano, punti stazionari e punti di massimo/minimo relativo e assoluto per f .

[punti 1.5]

Calcolare la derivata seconda di f . Studiare la convessità/concavità di f sul suo dominio, calcolando, qualora esistano, punti di flesso.

[punti 1.5]

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

[punti 0.5]
