Analisi Matematica 1 - Appello 4 settembre 2024

Corso di laurea INFLT-ETELT Cognomi (M-Z)

Il NUMERO della FILA è contenuto nel testo dell'esercizio numero 1 ed è la costante sommata a $|x|$ nell'argomento del logaritmo.

Fila 1

1. $\mathrm{dom}(f) = \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi\right) \cup \left(\frac{3}{2}\pi, 2\pi\right]$. $f(x) > 0$ quando $x \in A = \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi\right)$.

2. Il luogo geometrico è la parabola $y = x^2 - 6x$. La si ottiene imponendo che $Im(w) = 0$.

3. Il limite vale $\ell = 3e^5$.

4. Il limite vale $\ell = -\frac{81}{2}$.

5. *Dominio:* $\mathrm{dom}\, f = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$; la funzione non ammette simmetrie;

Limiti: $\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = \pm\infty$, quindi non si hanno asintoti orizzontali;

$m_\pm = \lim_{x \to \pm\infty} \dfrac{f(x)}{x} = 1$, mentre $q_\pm = \lim_{x \to \pm\infty} [f(x) - x] = +\infty$, quindi non si hanno asintoti obliqui. La funzione non ammette asintoti verticali in quanto è definita nei punti ± 1. In particolare si ha $f(-1) = 0$ e $f(1) = 2$.

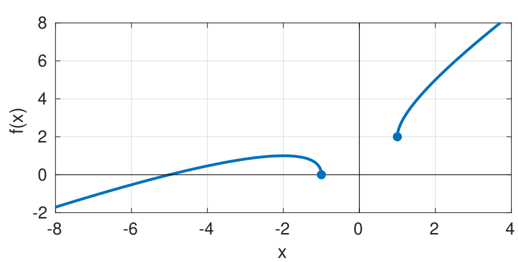
Derivata prima:

$$f'(x) = 1 + \frac{1}{\sqrt{|x| - 1}} \cdot \frac{|x|}{x} = \begin{cases} 1 + \frac{1}{\sqrt{x-1}} & \text{se } x > 1 \\ 1 - \frac{1}{\sqrt{-x-1}} & \text{se } x < -1. \end{cases}$$

$\mathrm{dom}(f') = \mathrm{dom}\, f \setminus \{-1, 1\}$. Si ha $f'(-1) = -\infty$ e $f'(1) = +\infty$, i due punti sono a tangenza verticale.

punti stazionari: $x = -2$ è punto stazionario;

Segno di f':
quando $x > 0$, si ottiene $f'(x) > 0$ per ogni $x > 1$, quindi, f è crescente in $[1, +\infty)$;
quando $x < 0$, si ottiene $f'(x) > 0$ per ogni $x < -2$, quindi, f è crescente in $(-\infty, -2)$ e decrescente in $(-2, -1)$;
$x = -2$ è punto di massimo relativo stazionario, $x = \pm 1$ sono punti di minimo relativo;
la funzione non ammette punti di massimo/minimo assoluto in quanto è illimitata;



Fila 2

1. $\text{dom}(f) = \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi\right) \cup \left(\frac{3}{2}\pi, 2\pi\right]$. $f(x) > 0$ quando $x \in A = \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi\right)$.

2. Il luogo geometrico è la parabola $y = x^2 - 5x$. La si ottiene imponendo che $Im(w) = 0$.

3. Il limite vale $\ell = 4e^4$.

4. Il limite vale $\ell = -\frac{49}{3}$.

5. *Dominio:* $\text{dom}\, f = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$; la funzione non ammette simmetrie;

Limiti: $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \pm\infty$, quindi non si hanno asintoti orizzontali;

$m_\pm = \lim_{x\to\pm\infty} \dfrac{f(x)}{x} = 1$, mentre $q_\pm = \lim_{x\to\pm\infty} [f(x) - x] = +\infty$, quindi non si hanno asintoti obliqui. La funzione non ammette asintoti verticali in quanto è definita nei punti ± 2. In particolare si ha $f(-2) = 0$ e $f(2) = 4$.

Derivata prima:

$$f'(x) = 1 + \frac{2}{\sqrt{|x| - 2}} \cdot \frac{|x|}{x} = \begin{cases} 1 + \frac{2}{\sqrt{x-2}} & \text{se } x > 2 \\ 1 - \frac{2}{\sqrt{-x-2}} & \text{se } x < -2. \end{cases}$$

$\text{dom}(f') = \text{dom}\, f \setminus \{-2, 2\}$. Si ha $f'(-2) = -\infty$ e $f'(2) = +\infty$, i due punti sono a tangenza verticale.

punti stazionari: $x = -6$ è punto stazionario;

Segno di f':
quando $x > 0$, si ottiene $f'(x) > 0$ per ogni $x > 2$, quindi, f è crescente in $[2, +\infty)$;
quando $x < 0$, si ottiene $f'(x) > 0$ per ogni $x < -6$, quindi, f è crescente in $(-\infty, -6)$ e decrescente in $(-6, -2)$;
$x = -6$ è punto di massimo relativo stazionario, $x = \pm 2$ sono punti di minimo relativo;
la funzione non ammette punti di massimo/minimo assoluto in quanto è illimitata;

Fila 3

1. $\text{dom}(f) = \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi\right) \cup \left(\frac{3}{2}\pi, 2\pi\right]$. $f(x) > 0$ quando $x \in A = \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi\right)$.

2. Il luogo geometrico è la parabola $y = x^2 - 4x$. La si ottiene imponendo che $Im(w) = 0$.

3. Il limite vale $\ell = 5e^3$.

4. Il limite vale $\ell = -\frac{25}{4}$.

5. *Dominio:* $\text{dom}\, f = (-\infty, -3] \cup [3, +\infty)$; la funzione non ammette simmetrie;

Limiti: $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \pm\infty$, quindi non si hanno asintoti orizzontali;

$m_{\pm} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$, mentre $q_{\pm} = \lim_{x\to\pm\infty} [f(x) - x] = +\infty$, quindi non si hanno asintoti obliqui. La funzione non ammette asintoti verticali in quanto è definita nei punti ± 3. In particolare si ha $f(-3) = 0$ e $f(3) = 6$.

Derivata prima:

$$f'(x) = 1 + \frac{3}{\sqrt{|x| - 3}} \cdot \frac{|x|}{x} = \begin{cases} 1 + \frac{3}{\sqrt{x-3}} & \text{se } x > 3 \\ 1 - \frac{3}{\sqrt{-x-3}} & \text{se } x < -3. \end{cases}$$

$\mathrm{dom}(f') = \mathrm{dom}\, f \setminus \{-3, 3\}$. Si ha $f'(-3) = -\infty$ e $f'(3) = +\infty$, i due punti sono a tangenza verticale.

punti stazionari: $x = -12$ è punto stazionario;

Segno di f':
quando $x > 0$, si ottiene $f'(x) > 0$ per ogni $x > 3$, quindi, f è crescente in $[3, +\infty)$;
quando $x < 0$, si ottiene $f'(x) > 0$ per ogni $x < -12$, quindi, f è crescente in $(-\infty, -12)$ e decrescente in $(-12, -3)$;
$x = -12$ è punto di massimo relativo stazionario, $x = \pm 3$ sono punti di minimo relativo;
la funzione non ammette punti di massimo/minimo assoluto in quanto è illimitata;

Fila 4

1. $\mathrm{dom}(f) = \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \cup \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi\right) \cup \left(\frac{3}{2}\pi, 2\pi\right]$. $f(x) > 0$ quando $x \in A = \left(\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi\right)$.

2. Il luogo geometrico è la parabola $y = x^2 - 3x$. La si ottiene imponendo che $Im(w) = 0$.

3. Il limite vale $\ell = 6e^2$.

4. Il limite vale $\ell = -\frac{9}{5}$.

5. *Dominio:* $\mathrm{dom}\, f = (-\infty, -4] \cup [4, +\infty)$; la funzione non ammette simmetrie;

   Limiti: $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \pm\infty$, quindi non si hanno asintoti orizzontali;

   $m_{\pm} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$, mentre $q_{\pm} = \lim_{x\to\pm\infty} [f(x) - x] = +\infty$, quindi non si hanno asintoti obliqui. La funzione non ammette asintoti verticali in quanto è definita nei punti ± 4. In particolare si ha $f(-4) = 0$ e $f(4) = 8$.

   Derivata prima:

$$f'(x) = 1 + \frac{4}{\sqrt{|x| - 4}} \cdot \frac{|x|}{x} = \begin{cases} 1 + \frac{4}{\sqrt{x-4}} & \text{se } x > 4 \\ 1 - \frac{4}{\sqrt{-x-4}} & \text{se } x < -4. \end{cases}$$

   $\mathrm{dom}(f') = \mathrm{dom}\, f \setminus \{-4, 4\}$. Si ha $f'(-4) = -\infty$ e $f'(4) = +\infty$, i due punti sono a tangenza verticale.

   punti stazionari: $x = -20$ è punto stazionario;

   Segno di f':
   quando $x > 0$, si ottiene $f'(x) > 0$ per ogni $x > 4$, quindi, f è crescente in $[4, +\infty)$;

quando $x < 0$, si ottiene $f'(x) > 0$ per ogni $x < -20$, quindi, f è crescente in $(-\infty, -20)$ e decrescente in $(-20, -4)$;
$x = -20$ è punto di massimo relativo stazionario, $x = \pm 4$ sono punti di minimo relativo;
la funzione non ammette punti di massimo/minimo assoluto in quanto è illimitata;