

Corso di laurea INFLT-ETELT Cognomi (M-Z)

Cognome e nome

Firma.....Matricola.....

Istruzioni

- PROIBITO usare libri, quaderni, appunti, calcolatrici, telefoni cellulari, smartphone, smartwatch e altri supporti.
- CONSEGNARE **tutti i fogli su cui sono stati eseguiti i conti.**
- TEMPO a disposizione: 120 min.

Esercizio 1 Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=3}^{+\infty} \frac{1}{\arctan(n^2 - 5)}$$

[punti 1.5]**Esercizio 2** Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(2n+1)! + 13^n}{13^n - e^n},$$

[punti 2.5]**Esercizio 3** Sia

$$f(x) = \sin(x)e^{9\cos(x)},$$

dopo aver calcolato $\int_0^\pi f(x)dx$, calcolare l'area del trapezoide sotteso alla funzione $f(x)$ sull'intervallo $[-\pi, \pi]$.

[punti 3]**Esercizio 4** Calcolare l'integrale

$$\int_1^e (1 + \sqrt{x}) \log x \, dx.$$

[punti 3]

Rispondere alle seguenti domande.

Domanda 1

- (a). Scrivere la definizione di punto di minimo relativo per una funzione f .
- (b). Scrivere la definizione di punto stazionario per f .
- (c). Un punto di minimo relativo è sempre anche un punto stazionario? Giustificare la risposta e riportare un esempio.
- (d). Scrivere la definizione di funzione f crescente in un intervallo $I \subset \text{dom}(f)$.
- (e). Enunciare il criterio del segno della derivata prima. Quindi dimostrare una delle due implicazioni.

Domanda 2

- (a). Sia $x_0 \in \mathbb{R}$, scrivere la definizione di $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell \in \mathbb{R}$ e rappresentare graficamente quanto scritto nella definizione.
- (b). Enunciare il secondo criterio del confronto per i limiti di funzione e chiarire l'enunciato del teorema con un esempio.
- (c). Dire se la seguente proposizione è vera per ogni funzione $f : \text{dom}(f) \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$:
"Sia $x_0 \in \mathbb{R}$. Se esiste $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell \in \mathbb{R}$, allora f è continua in x_0 ."
Se la risposta è positiva, riportare l'enunciato del teorema che lo afferma, se la risposta è negativa, riportare un esempio che giustifichi la risposta data.

Domanda 3

- (a). Scrivere la definizione di primitiva di una funzione $f(x)$ definita su un intervallo I e riportare un esempio.
- (b). Scrivere la definizione di funzione integrale di una funzione $f(x)$ e calcolare la funzione integrale di $f(x) = \sin(x)$ con x_0 generico.
- (c). Sotto quali ipotesi per f una funzione integrale di f è anche una funzione primitiva di f ?
- (d). Enunciare e dimostrare il primo teorema fondamentale del calcolo integrale.