Analisi Matematica 1 - Prima prova intermedia 15 novembre 2021

Corso di laurea INFLT Cognomi (M-Z)

Il NUMERO della FILA è contenuto nel testo dell'esercizio 2 ed è il numero intero che precede il coefficiente di z^4.

Fila 1

1. $\operatorname{dom} f = \mathbb{R} \setminus \{0, 2\}$; f non presenta simmetrie;

$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = 0$; $y = 0$ è asintoto orizzontale completo; $\lim_{x\to 0^\pm} f(x) = \mp\frac{\pi}{2}$; $\lim_{x\to 2^\pm} f(x) = \pm\frac{\pi}{2}$; f non ammette asintoti verticali;

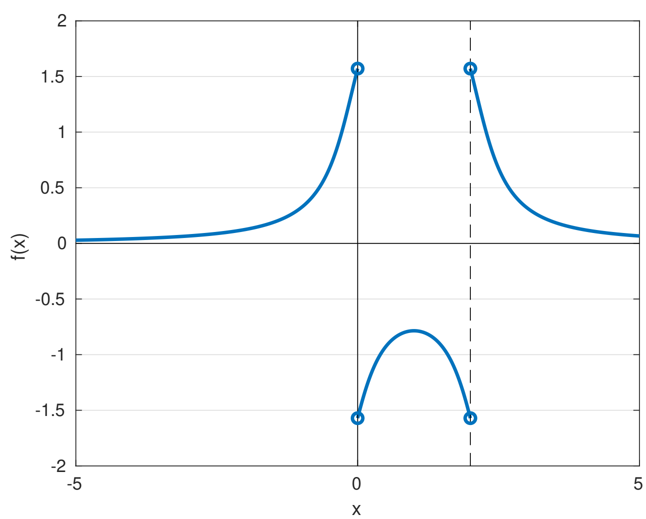
$$f'(x) = \frac{2-2x}{(x^2-2x)^2+1}$$

$\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f$, f è quindi derivabile in tutto il suo dominio;

f presenta un punto stazionario: $x = 1$

f è crescente in $]-\infty, 0[\cup]0, 1[$ e descrescente in $]1, 2[\cup]2, +\infty[$;

$x = 1$ è punto di massimo relativo; pur essendo limitata, f non ammette punti di minimo e di massimo assoluti.



2. Le soluzioni sono $z_1 = 0$, $z_2 = \sqrt{3} + i$, $z_3 = -\sqrt{3} + i$, $z_4 = -2i$.

3. Il limite vale: $\ell = 7$

4. La funzione è continua in $x = 0$ se $\alpha = 0$ e $\beta < 8$.

Fila 2

1. dom $f = \mathbb{R} \setminus \{0, 3\}$; f non presenta simmetrie;

   $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = 0$; $y = 0$ è asintoto orizzontale completo; $\lim_{x\to 0^\pm} f(x) = \mp\frac{\pi}{2}$; $\lim_{x\to 3^\pm} f(x) = \pm\frac{\pi}{2}$; f non ammette asintoti verticali;

   $$f'(x) = \frac{3-2x}{(x^2-3x)^2+1}$$

   dom f' = dom f, f è quindi derivabile in tutto il suo dominio;

   f presenta un punto stazionario: $x = \frac{3}{2}$

   f è crescente in $]-\infty, 0[\cup]0, \frac{3}{2}[$ e descrescente in $]\frac{3}{2}, 3[\cup]3, +\infty[$;

   $x = \frac{3}{2}$ è punto di massimo relativo; pur essendo limitata, f non ammette punti di minimo e di massimo assoluti.

2. Le soluzioni sono $z_1 = 0$, $z_2 = \sqrt{3} + i$, $z_3 = -\sqrt{3} + i$, $z_4 = -2i$.

3. Il limite vale: $\ell = 6$

4. La funzione è continua in $x = 0$ se $\alpha = 0$ e $\beta < 7$.

Fila 3

1. dom $f = \mathbb{R} \setminus \{0, 4\}$; f non presenta simmetrie;

   $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = 0$; $y = 0$ è asintoto orizzontale completo; $\lim_{x\to 0^\pm} f(x) = \mp\frac{\pi}{2}$; $\lim_{x\to 4^\pm} f(x) = \pm\frac{\pi}{2}$; f non ammette asintoti verticali;

   $$f'(x) = \frac{4-2x}{(x^2-4x)^2+1}$$

   dom f' = dom f, f è quindi derivabile in tutto il suo dominio;

   f presenta un punto stazionario: $x = 2$

   f è crescente in $]-\infty, 0[\cup]0, 2[$ e descrescente in $]2, 4[\cup]4, +\infty[$;

   $x = 2$ è punto di massimo relativo; pur essendo limitata, f non ammette punti di minimo e di massimo assoluti.

2. Le soluzioni sono $z_1 = 0$, $z_2 = \sqrt{3} + i$, $z_3 = -\sqrt{3} + i$, $z_4 = -2i$.

3. Il limite vale: $\ell = 5$

4. La funzione è continua in $x = 0$ se $\alpha = 0$ e $\beta < 6$.

Fila 4

1. $\operatorname{dom} f = \mathbb{R} \setminus \{0,\, 5\}$; f non presenta simmetrie;

   $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = 0$; $y = 0$ è asintoto orizzontale completo; $\lim_{x\to 0^\pm} f(x) = \mp\frac{\pi}{2}$; $\lim_{x\to 5^\pm} f(x) = \pm\frac{\pi}{2}$; f non ammette asintoti verticali;

$$f'(x) = \frac{5-2x}{(x^2-5x)^2+1}$$

   $\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f$, f è quindi derivabile in tutto il suo dominio;

   f presenta un punto stazionario: $x = \frac{5}{2}$

   f è crescente in $]-\infty, 0[\cup]0, \frac{5}{2}[$ e descrescente in $]\frac{5}{2}, 5[\cup]5, +\infty[$;

   $x = \frac{5}{2}$ è punto di massimo relativo; pur essendo limitata, f non ammette punti di minimo e di massimo assoluti.

2. Le soluzioni sono $z_1 = 0$, $z_2 = \sqrt{3} + i$, $z_3 = -\sqrt{3} + i$, $z_4 = -2i$.

3. Il limite vale: $\ell = 4$

4. La funzione è continua in $x = 0$ se $\alpha = 0$ e $\beta < 5$.

Fila 5

1. $\operatorname{dom} f = \mathbb{R} \setminus \{0,\, 6\}$; f non presenta simmetrie;

   $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = 0$; $y = 0$ è asintoto orizzontale completo; $\lim_{x\to 0^\pm} f(x) = \mp\frac{\pi}{2}$; $\lim_{x\to 6^\pm} f(x) = \pm\frac{\pi}{2}$; f non ammette asintoti verticali;

$$f'(x) = \frac{6-2x}{(x^2-6x)^2+1}$$

   $\operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f$, f è quindi derivabile in tutto il suo dominio;

   f presenta un punto stazionario: $x = 3$

   f è crescente in $]-\infty, 0[\cup]0, 3[$ e descrescente in $]3, 6[\cup]6, +\infty[$;

   $x = 3$ è punto di massimo relativo; pur essendo limitata, f non ammette punti di minimo e di massimo assoluti.

2. Le soluzioni sono $z_1 = 0$, $z_2 = \sqrt{3} + i$, $z_3 = -\sqrt{3} + i$, $z_4 = -2i$.

3. Il limite vale: $\ell = 3$

4. La funzione è continua in $x = 0$ se $\alpha = 0$ e $\beta < 4$.

Fila 6

1. dom $f = \mathbb{R} \setminus \{0,\, 7\}$; f non presenta simmetrie;

$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = 0$; $y = 0$ è asintoto orizzontale completo; $\lim_{x\to 0^\pm} f(x) = \mp\frac{\pi}{2}$; $\lim_{x\to 7^\pm} f(x) = \pm\frac{\pi}{2}$; f non ammette asintoti verticali;

$$f'(x) = \frac{7-2x}{(x^2-7x)^2+1}$$

dom f' = dom f, f è quindi derivabile in tutto il suo dominio;

f presenta un punto stazionario: $x = \frac{7}{2}$

f è crescente in $]-\infty, 0[\cup]0, \frac{7}{2}[$ e descrescente in $]\frac{7}{2}, 7[\cup]7, +\infty[$;

$x = \frac{7}{2}$ è punto di massimo relativo; pur essendo limitata, f non ammette punti di minimo e di massimo assoluti.

2. Le soluzioni sono $z_1 = 0$, $z_2 = \sqrt{3} + i$, $z_3 = -\sqrt{3} + i$, $z_4 = -2i$.

3. Il limite vale: $\ell = 2$

4. La funzione è continua in $x = 0$ se $\alpha = 0$ e $\beta < 3$.
