Cognome e nome ....Firma......................Matricola......................

Corso di Laurea: ♢ AUTL, ♢ INFL, ♢ MECL, ♢ MATL, ♢ AMBL, ♢ CIVL, ♢ GESL,

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo**.
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 150 min.

---

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \frac{5\log x}{1+\log^2 x} + 3\arctan(\log x).$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f, in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.
Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f.
Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.
Risposta [punti 1,5]:

Studiare la crescenza e decrescenza di f, calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f.
Risposta [punti 1,5]:

Senza calcolare la derivata seconda di f, dire se f ammette eventuali punti di flesso e localizzarli.
Risposta [punti 2]:

---

2. Determinare le soluzioni in campo complesso del sistema

$$\begin{cases} z^3 + \overline{7^3 i} = 0\,, \\ |z - |z|^2 + z\overline{z} + 8| \le \left|\frac{8}{i}e^{2\pi i}\right| \,. \end{cases}$$

Risposta [punti 4]:

---

3. Determinare il luogo geometrico del piano di Gauss descritto da

$$Re(|z|^2 - 7iz) \cdot Im(z^2 - 7iz) = 0$$

Risposta [punti 3]:

---

4. Determinare $\inf A$, $\sup A$ ed eventualmente $\min A$, $\max A$, essendo

$$A = \left\{ 2(1 + (-1)^n)\sqrt{n^n} + (1 - (-1)^n)2^{-n},\ n \in \mathbb{Z}^+ \right\}.$$

Risposta [punti 3]:

---

5. Determinare al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ il il limite

$$\lim_{n \to +\infty} \left(1 - \cos\left(\frac{7}{n}\right)\right) \sqrt{1 + n^{4\alpha}} \log\left(1 + \frac{2}{n^2}\right)$$

Risposta [punti 4]:

---

6. Sia $g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$g(x) = \begin{cases} (x+1)^{x+1} + \dfrac{\alpha - 1}{x+1} & \text{se } x > -1, \\ 1 & \text{se } x \leq -1. \end{cases}$$

Al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, studiare la continuità di g, classificando gli eventuali punti di discontinuità. Studiare la derivabilità di g per i valori di α per cui g è continua.
Risposta [punti 4]:

---

7. Determinare per quali valori di $\beta \in \mathbb{R}$ esiste finito il limite

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^{-x} + \log(1 + x) - 1}{x\big(1 - \cos(2x)\big)^{7\beta}}.$$

Risposta [punti 4]:
