Analisi Matematica A 4 aprile 2012 FOGLIO A

Corso di Laurea: \Diamond AUTL, \Diamond INFL, \Diamond MECL, \Diamond MATL, \Diamond AMBL, \Diamond CIVL, \Diamond GESL

Istruzioni

- 1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.
- 2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
- 3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
- 4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
- 5. CONSEGNARE questo foglio e tutti i fogli di protocollo.
- 6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
- 7. TEMPO a disposizione: 150 min.
- 1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \sqrt{|x-1|} - 3\log(1 + \sqrt{|x-1|}).$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f, in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 0,5]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f.

Risposta [punti 0,5]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 3]:

Studiare la crescenza e decrescenza di f, calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f.

Risposta [punti 2]:

Senza calcolare la derivata seconda di f, dire se f ammette eventuali punti di flesso e localizzarli. Risposta [punti 1]:

2. Determinare $\inf A$, $\sup A$ ed eventualmente $\min A$, $\max A$, essendo

$$A = \left\{ \frac{1}{2} \arctan \frac{n + (-1)^n n - 1}{2n + 1}, \quad n \in \mathbb{N} \right\}$$

Risposta [punti 3]:

3. Determinare le soluzioni in \mathbb{C} dell'equazione

$$z^4 = \left(|\sqrt{3} - i|^2 \cdot \frac{1+i}{\sqrt{2}i} \right)^5 \operatorname{Im}(3+2i) e^{i\pi/4}.$$

Risposta [punti 5]:

4. Determinare il luogo geometrico degli $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$(z+2\overline{z})^2 + |z-3|^2 - 10(\operatorname{Re} z)^2 = 0.$$

Risposta [punti 3]:

5. Calcolare il limite

$$\lim_{n \to +\infty} \frac{\left(e^{\frac{1}{2n!}} - 1\right) ((n+1)! + 2^n) n^n}{(n+1)^{n+1}}.$$

Risposta [punti 3]:

6. Sia $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} \sin\frac{1}{x-7} + \frac{\log(1+(x-8)^2)}{(x-8)^3} & \text{se } x \neq 7, 8, \\ 0 & \text{se } x = 7 \text{ o } x = 8, \end{cases}$$

Determinare e classificare eventuali punti di discontinuità di f.

Risposta [punti 3]:

7. Sia $f:\mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \arctan|x^2 - 4| + (x - 2)\sqrt[3]{x + 2}$$

Determinare e classificare eventuali punti di non derivabilità di f.

Risposta [punti 3]:

8. Calcolare il limite

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin(\log(1+7x)) - e^{7x} + 1}{\arctan x^2}$$

Risposta [punti 4]: