

---

Cognome e nome ..... Firma ..... Matricola .....

Corso di Laurea:  $\diamond$  AUTL,  $\diamond$  INFL,  $\diamond$  MECL,  $\diamond$  MATL,  $\diamond$  AMBL,  $\diamond$  CIVL,  $\diamond$  GESL

---

**Istruzioni**

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
  2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
  3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
  4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
  5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
  6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
  7. TEMPO a disposizione: 150 min.
- 

1. Sia data la seguente funzione  $f$  reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \frac{x}{2} + \arctan \frac{1}{x+2}.$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione  $f$ , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di  $f$  ed eventuali simmetrie.

**Risposta [punti 1]:**

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per  $f$ .

**Risposta [punti 2]:**

Calcolare la funzione derivata prima di  $f$  e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

**Risposta [punti 1.5]:**

Studiare la crescita e decrescenza di  $f$ , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per  $f$ .

**Risposta [punti 2.5]:**

Calcolare la derivata seconda di  $f$  e studiare concavità convessità.

**Risposta [punti 2]:**

---

2. Determinare  $\inf A$ ,  $\sup A$  ed eventualmente  $\min A$ ,  $\max A$ , essendo

$$A = \{(-1)^n (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) + 2(1 - (-1)^n), n \in \mathbb{N}\}.$$

**Risposta [punti 3]:**

---

3. Determinare il luogo geometrico degli  $z \in \mathbb{C}$  tali che

$$\operatorname{Im}\left(\frac{7}{z}\right) - \frac{7}{\operatorname{Re}(iz)} = \frac{3}{|z|^2}.$$

**Risposta [punti 3]:**

---

4. Siano  $z_1$  e  $z_2$  le soluzioni dell'equazione  $(z - 2)^2 = -i$ . Calcolare  $z_1 + z_2$ .

**Risposta [punti 3]:**

---

5. Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n^{2n} \left(1 + \frac{7}{n}\right)^n \sin(n^{-n}) \frac{1}{\sqrt{n^3 + n^{2n}} - \sqrt{n^3}}$$

**Risposta [punti 4]:**

---

6. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log\left(\frac{\sin x}{x}\right)^3}{\cos^2 x - 1 + 2x^2}$$

**Risposta [punti 3]:**

---

7. Sia  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$g(x) = \begin{cases} \frac{\sin x^\alpha}{x - \sin x} & \text{se } x > 0, \\ 6 & \text{se } x \leq 0. \end{cases}$$

Al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ , studiare la continuità di  $g$ , classificando gli eventuali punti di discontinuità. Studiare la derivabilità di  $g$  per i valori di  $\alpha$  per cui  $g$  è continua.

**Risposta [punti 5]:**