

Cognome e nome ..... Firma ..... Matricola .....

Corso di Laurea:  $\diamond$  AUTL,  $\diamond$  INFL,  $\diamond$  MECL,  $\diamond$  MATL,  $\diamond$  AMBL,  $\diamond$  CIVL,  $\diamond$  GESL

### Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 150 min.

1. Sia data la seguente funzione  $f$  reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{4+x^2}} - \frac{1}{2} \arctan \frac{x}{2}$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione  $f$ , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di  $f$  ed eventuali simmetrie.

**Risposta [punti 0,5]:**

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per  $f$ .

**Risposta [punti 1,5]:**

Calcolare la funzione derivata prima di  $f$  e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

**Risposta [punti 1]:**

Studiare la crescenza e decrescenza di  $f$ , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per  $f$ .

**Risposta [punti 2]:**

Calcolare la funzione derivata seconda di  $f$  e studiare la concavità e la convessità di  $f$ , calcolando gli eventuali punti di flesso per  $f$ .

**Risposta [punti 2]:**

2. Determinare  $\inf A$ ,  $\sup A$  ed eventualmente  $\min A$ ,  $\max A$ , essendo

$$A = \left\{ (-1)^n \log(7 + n^{(-1)^n}) : n \in \mathbb{Z}^+ \right\}.$$

**Risposta [punti 3]:**

---

3. Determinare il luogo geometrico dei punti  $z \in \mathbb{C}$  tali che

$$|z - (1 + 7i)| \leq 8 \quad \text{e} \quad \text{Im}[i|z - 1|^2 + 7] - (\text{Im}z)^2 \neq 0.$$

**Risposta [punti 3]:**

---

4. Determinare in forma algebrica/cartesiana le soluzioni della seguente equazione in campo complesso

$$z^4 - i|1 + i\sqrt{3}|z = 0$$

**Risposta [punti 3]:**

---

5. Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{\arctan \frac{7}{n} + n} - \sqrt{n}}{\sqrt{n}(1 - \cos \frac{7}{n})}$$

**Risposta [punti 3]:**

---

6. Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} \left| \sin \frac{\pi}{x-7} \right| + \frac{\log(1 + (x-6)^2)}{x-6} & \text{se } x \neq 6 \text{ e } x \neq 7, \\ 7 & \text{se } x = 6 \text{ o } x = 7. \end{cases}$$

Si discuta la continuità di  $f$  in  $\mathbb{R}$ .

**Risposta [punti 3]:**

---

7. Sia  $\alpha \in \mathbb{R}^+$ ; sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \leq 1, \\ (x-1)^\alpha \sin \sqrt[3]{x-1} & \text{se } x > 1. \end{cases}$$

Si discuta al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}^+$  la continuità e la derivabilità di  $f$ .

**Risposta [punti 4]:**

---

8. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x \cosh \frac{7}{x} (\sinh \frac{7}{x} - \sin \frac{7}{x})}{e^{\frac{7}{x}} - 1 - \log(1 + \frac{7}{x})}.$$

**Risposta [punti 4]:**

---