
Cognome e nome Firma Matricola

Corso di Laurea: \diamond AUTL, \diamond INFL, \diamond MECL, \diamond MATL, \diamond AMBL, \diamond CIVL, \diamond GESL

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
 2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
 3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
 4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
 5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
 6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
 7. TEMPO a disposizione: 150 min.
-

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \sqrt[3]{\frac{(x+2)^2}{x-1}}.$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.

Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 1,5]:

Studiare la crescita e decrescita di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f .

Risposta [punti 1,5]:

Senza calcolare la derivata seconda di f , stabilire sulla base delle altre informazioni se f ammette punti di flesso e localizzarli.

Risposta [punti 2]:

2. Determinare $\inf A$, $\sup A$ ed eventualmente $\min A$, $\max A$, essendo

$$A = \left\{ \left[\left(1 + \frac{1}{n} \right)^{7n} \right]^{(-1)^n}, n \in \mathbb{Z}^+ \right\}.$$

Risposta [punti 3]:

3. Determinare il luogo geometrico del piano di Gauss descritto da

$$[|z + iz|^2 - (z + 3)\bar{z}] \operatorname{Im} \left(\frac{-i}{|z| + i} \right) = 0$$

Risposta [punti 4]:

4. Determinare in forma cartesiana/algebraica le soluzioni dell'equazione

$$(z^3 - i)(z^2 - z - 7iz + 7i) = 0.$$

Risposta [punti 4]:

5. Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(7(6^{1/3}n)^{3n} - 7^{3n} + (n+1)! \right) \left(\frac{1}{n} - \sin \frac{1}{n} \right)^n$$

Risposta [punti 3]:

6. Siano $\beta \in \mathbb{R}$ e $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\log|x-2|} & \text{se } x \neq 1, 2, \\ \beta - 1 & \text{se } x = 1 \text{ o } x = 2. \end{cases}$$

Determinare e classificare eventuali punti di discontinuità di f al variare di $\beta \in \mathbb{R}$.

Risposta [punti 4]:

7. Al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log(1+x^2) - 2x \sin x + x^2}{7x^\alpha (1 - \cosh \sqrt{2x})}.$$

Risposta [punti 4]:
