

---

Cognome e nome ..... Firma ..... Matricola .....

Corso di Laurea:  $\diamond$  AUTL,  $\diamond$  INFL,  $\diamond$  MECL,  $\diamond$  MATL,  $\diamond$  AMBL,  $\diamond$  CIVL,  $\diamond$  GESL

---

**Istruzioni**

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
  2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
  3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
  4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
  5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
  6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
  7. TEMPO a disposizione: 150 min.
- 

1. Sia data la seguente funzione  $f$  reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = x \exp\left(\frac{x+2}{x-2}\right)$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione  $f$ , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di  $f$  ed eventuali simmetrie.

**Risposta [punti 1]:**

---

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per  $f$ .

**Risposta [punti 2.5]:**

---

Calcolare la funzione derivata prima di  $f$  classificando eventuali punti di non derivabilità.

**Risposta [punti 1.5]:**

---

Studiare la crescita e decrescita di  $f$ , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per  $f$ .

**Risposta [punti 1.5]:**

---

In base al valore di  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f'(x)$ , senza calcolare la derivata seconda di  $f$ , dire se  $f$  ammette eventuali punti di flesso per  $f$  nell'intervallo sinistro di  $x = 2$  e localizzarli.

**Risposta [punti 1.5]:**

---

2. Determinare  $\inf A$ ,  $\sup A$  ed eventualmente  $\min A$ ,  $\max A$ , essendo

$$A = \left\{ 8e + (-1)^n e^{\frac{n^2}{n^2+3}}, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

**Risposta [punti 3]:**

---

3. Determinare il luogo geometrico

$$A = \left\{ z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re} \left( \frac{z+i}{z-i} \right) < 0 \text{ e } \operatorname{Im}(z+iz) \geq 0 \right\}$$

**Risposta [punti 3.5]:**

---

4. Si determini il numero complesso

$$w = 2 \left( \sqrt{2} + \sqrt{2}i \right) e^{i\pi/4}$$

e se ne scrivano le sue radici cubiche in forma algebrica/cartesiana.

**Risposta [punti 3]:**

---

5. Calcolare il limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{[(n+3)! - n!] e^{n \sin(2/n^2)}}{(e^{1/n} + 1)(n^3 - 1)(n! - \log n)}$$

**Risposta [punti 3]:**

---

6. Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} 7 \cos \frac{\pi}{x-2} + 8 \frac{\sin(x-1)}{x-1} & \text{se } x \neq 1, 2, \\ 1 & \text{se } x = 1 \text{ o } x = 2, \end{cases}$$

Determinare e classificare eventuali punti di discontinuità di  $f$ .

**Risposta [punti 3,5]:**

---

7. Sia  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$g(x) = \log(1 + |x - 1|).$$

Si discuta la derivabilità di  $g$  in  $\mathbb{R}$ , classificando gli eventuali punti di non derivabilità.

**Risposta [punti 3]:**

---

8. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 \log \left( \frac{\sin(x^2)}{x^2} \right)}{1 - 2x^2 - \cos(2x)}$$

**Risposta [punti 3]:**

---