Analisi Matematica A 1 settembre 2011 FOGLIO A

Cognome e nome ....Firma....................Matricola....................

Corso di Laurea: ♢ AUTL, ♢ INFL, ♢ MECL, ♢ MATL, ♢ AMBL, ♢ CIVL, ♢ GESL

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo**.
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 150 min.

---

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = 2\log|\log(x+2)| + \log(x+2).$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f, in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.
Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f.
Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.
Risposta [punti 1,5]:

Studiare la crescenza e decrescenza di f, calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f.
Risposta [punti 1,5]:

Calcolare la funzione derivata seconda di f e studiare la concavità e la convessità di f, calcolando gli eventuali punti di flesso per f.
Risposta [punti 2]:

---

2. Determinare $\inf A$, $\sup A$ ed eventualmente $\min A$, $\max A$, essendo

$$A = \left\{(-1)^n \left(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}\right) + 2(1-(-1)^n),\ n \in \mathbb{N}\right\}.$$

Risposta [punti 3]:

---

3. Determinare il luogo geometrico del piano di Gauss descritto da

$$\mathrm{Re}(z|3e^{i\pi}|i + |z|^2) \cdot \mathrm{Im}\left(\frac{\overline{z}}{z+1+i}\right) = 0\,.$$

Risposta [punti 4]:

---

4. Siano z_1 e z_2 le soluzioni dell'equazione $(z-2)^2 = -i$. Calcolare $z_1 + z_2$.
Risposta [punti 3]:

---

5. Calcolare il limite

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{(n+2)!\left(e^{\frac{1}{3(n-1)!}} - 1\right)}{\sqrt{\frac{n^6}{4} + 7n^4 + \log^2(n+1)}}$$

Risposta [punti 3]:

---

6. Calcolare il limite

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}} \left[1 + \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right]^{\frac{2}{\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)}} \log\left[3\frac{1-\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)}{\left(\frac{\pi}{2}-x\right)^2}\right]$$

Risposta [punti 3]:

---

7. Sia $g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$g(x) = \begin{cases} \dfrac{\arctan x^\alpha}{x - \sin x} & \text{se } x > 0, \\ 6 & \text{se } x \le 0. \end{cases}$$

Al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, studiare la continuità di g, classificando gli eventuali punti di discontinuità. Studiare la derivabilità di g per i valori di α per cui g è continua.
Risposta [punti 6]:
