Cognome e nome ....Firma......................Matricola......................

Corso di Laurea: ♢ AUTL, ♢ INFL, ♢ MECL, ♢ MATL, ♢ AMBL, ♢ CIVL, ♢ GESL

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo**.
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 150 min.

---

1. Sia data la seguente funzione f reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = (x-2)\log|x-2|$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f, in accordo con i risultati ottenuti. **[punti 1]**

Determinare il dominio di f ed eventuali simmetrie.
Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f.
Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.
Risposta [punti 1]:

Studiare la crescenza e decrescenza di f, calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f: stabilire se f è limitata inferiormente/superiormente.
Risposta [punti 2]:

Calcolare la funzione derivata seconda di f e studiare la concavità e la convessità di f, calcolando gli eventuali punti di flesso per f.
Risposta [punti 1]:

---

2. Determinare $\inf A$, $\sup A$ ed eventualmente $\min A$, $\max A$, essendo

$$A = \left\{ \left| \frac{25}{3} - n \right| : n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Risposta [punti 3]:

---

3. Determinare il luogo geometrico dei punti $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$z\left(z+\frac{\sqrt{3}}{3}i\right) Re\left(1+2i+z+\sqrt{3}i\bar{z}\right)=0.$$

Risposta [punti 3]:

---

4. Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione (con la loro molteplicità)

$$\left(z^2-49i\right)\left(z^3-1\right)=0$$

Risposta [punti 4]:

---

5. Sia $\alpha \in \mathbb{R}$. Calcolare il limite della successione

$$\lim_{n\to+\infty} n^{\alpha-1}\log\left[1+\frac{\frac{1}{n}-\sin\frac{1}{n}}{1-\cos\frac{2}{n}}\right]$$

Risposta [punti 4]:

---

6. Calcolare il limite

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x-\cos x+1}{2x+x^2+1-\frac{e^x-1}{x}}$$

Risposta [punti 4]:

---

7. Sia $\beta \in \mathbb{R}$; e sia $f:\mathbb{R}\longrightarrow\mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{x^4+x^2}}{x^2-7x} & \text{se } x\neq 0 \text{ e } x\neq 7,\\ \beta & \text{se } x=0\\ 6 & \text{se } x=7.\end{cases}$$

Si discuta al variare di $\beta \in \mathbb{R}$ la continuità di f nel suo dominio.

Risposta [punti 4]:
