

---

Cognome e nome ..... Firma ..... Matricola .....

Corso di Laurea:  $\diamond$  AUTL,  $\diamond$  INFL,  $\diamond$  MECL,  $\diamond$  MATL,  $\diamond$  AMBL,  $\diamond$  CIVL,  $\diamond$  GESL

---

**Istruzioni**

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare, indicare il numero di matricola e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori.
5. CONSEGNARE il foglio A e tutti i fogli di protocollo.
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 150 min.

1. Sia data la seguente funzione  $f$  reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \log \frac{e^x - 2}{e^x - 3}$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione  $f$ , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di  $f$  ed eventuali simmetrie.

**Risposta [punti 2]:**

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per  $f$ .

**Risposta [punti 2]:**

Calcolare la funzione derivata prima di  $f$  e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

**Risposta [punti 1]:**

Studiare la crescita e decrescenza di  $f$ , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per  $f$ : stabilire se  $f$  è limitata inferiormente/superiormente.

**Risposta [punti 2]:**

Calcolare la funzione derivata seconda di  $f$  e studiare la concavità e la convessità di  $f$ , calcolando gli eventuali punti di flesso per  $f$ .

**Risposta [punti 2]:**

---

2. Determinare  $\inf A$ ,  $\sup A$  ed eventualmente  $\min A$ ,  $\max A$ , essendo

$$A = \left\{ 7(-1)^n + \frac{2n+1}{n} : n \in \mathbb{Z}^+ \right\}.$$

**Risposta [punti 4]:**

---

3. Determinare il luogo geometrico dei punti  $z \in \mathbb{C}$  tali che

$$[7|z|^2 - 7(z + i\bar{z})\operatorname{Im}z] \in \mathbb{R}.$$

**Risposta [punti 3]:**

---

4. Calcolare le radici terze del numero complesso seguente

$$z = 3(1+i)^2$$

**Risposta [punti 3]:**

---

5. Calcolare il limite della successione

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n+7)^n + 2n^n}{n^n + 8n! + 2^n}$$

**Risposta [punti 3]:**

---

6. Sia  $\alpha \in \mathbb{R}$ . Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2[e^{7x} - \sin 7x - \cosh 7x]}{49[x^\alpha - x^2 \tan \frac{2}{3}x]}$$

**Risposta [punti 4]:**

---

7. Siano  $\beta \in \mathbb{R}$  e  $I = ]0, 2[$ . Sia  $f : I \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} |\arcsin(x-1)| & \text{se } x \neq 1 \text{ e } x \in ]0, 2[, \\ \beta - 2 & \text{se } x = 1. \end{cases}$$

Si discuta al variare di  $\beta \in \mathbb{R}$  la continuità e la derivabilità di  $f$  in  $I$ .

**Risposta [punti 4]:**

---