
Cognome e nome Firma Matricola

Corso di Laurea: \diamond AUTL, \diamond INFL, \diamond MECL, \diamond MATL, \diamond AMBL, \diamond CIVL, \diamond GESL

Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
 2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
 3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
 4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
 5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
 6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
 7. TEMPO a disposizione: 150 min.
-

1. Sia data la seguente funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{1 + x^2 \log |x|} & \text{se } x \neq 0 \\ 1 & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione f , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare eventuali simmetrie.

Risposta [punti 1]:

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per f .

Risposta [punti 1]:

Studiare la continuità della funzione nel suo dominio.

Risposta [punti 1]:

Calcolare la funzione derivata prima di f e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

Risposta [punti 2]:

Studiare la crescita e decrescenza di f , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per f : stabilire se f è limitata inferiormente/superiormente.

Risposta [punti 2]:

Senza calcolare la funzione derivata seconda di f dire se la funzione ammette dei flessi e localizzarli.

Risposta [punti 2]:

2. Determinare il luogo geometrico dei punti $z \in \mathbb{C}$ tali che

$$2(z + \bar{z}) - 3\text{Im}(z) = z^2 - 3|z|^2.$$

Risposta [punti 3]:

3. Calcolare le soluzioni complesse della seguente equazione (con la loro molteplicità)

$$[z^2 + 6iz - 9](z^3 + 8) = 0$$

Risposta [punti 4]:

4. Determinare $\inf A$, $\sup A$ ed eventualmente $\min A$ e $\max A$, dove

$$A = \left\{ \left[\frac{1}{(n+1)^2} - \frac{1}{n+1} \right]^{(-1)^n}, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

Risposta [punti 3]:

5. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n^3 (e^{1/n} - 1) \left[\sqrt{n^2 + \log \left(1 + \frac{3}{n} \right)} - n \right]$$

Risposta [punti 3]:

6. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x^2} - (\cos x)^2}{x^2 \sinh(x^2)}$$

Risposta [punti 4]:

7. Sia $f :] - 1/7, +\infty[\rightarrow \mathbb{R}$ la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\log(1+7x)}{x} + x^{4/5} & \text{se } x \neq 0, \\ \alpha & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

Dire per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ la funzione f è continua in $x = 0$. Negli altri casi classificare il tipo di discontinuità. Nel caso in cui f sia continua, dire se è derivabile o meno in $x = 0$ e, in caso negativo, classificare il tipo di non derivabilità.

Risposta [punti 4]:
