

---

Cognome e nome ..... Matricola ..... Firma .....

Corso di Laurea:  $\diamond$  AMBL;  $\diamond$  CIVL;  $\diamond$  PPING;

---

**Istruzioni**

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
  2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
  3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
  4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
  5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
  6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
  7. TEMPO a disposizione: 150 min.
- 

1. Sia data la seguente funzione  $f$  reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{\sin(x) + 1}} + \sqrt{\sin(x) + 1} + 1$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione  $f$ , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di  $f$  e verificare che essa è periodica con periodo  $2\pi$ . Di conseguenza procedere lo studio sull'intervallo  $[0, 2\pi]$ .

**Risposta [punti 2]:**

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti per  $f$ .

**Risposta [punti 1]:**

Calcolare la funzione derivata prima di  $f$  e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

**Risposta [punti 1]:**

Studiare la crescita e decrescita di  $f$ , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per  $f$ .

**Risposta [punti 2]:**

Calcolare la derivata seconda di  $f$  e, senza studiarne il segno, dire se  $f$  ammette dei punti di flesso e rappresentarli graficamente.

**Risposta [punti 2]:**

---

2. Determinare  $\inf A$ ,  $\sup A$  ed eventualmente  $\min A$ ,  $\max A$ , essendo

$$A = \left\{ 8 \arctan \left( \frac{2n}{2n+1} \right), n \in \mathbb{N} \right\}$$

**Risposta [punti 3]:**

---

3. Determinare il luogo geometrico degli  $z \in \mathbb{C}$  tali che

$$(z - 2i)(\bar{z} + 2i) - |z + 2|^2 = -4\operatorname{Re}(i(z + 1))$$

**Risposta [punti 3]:**

---

4. Calcolare tutte le soluzioni della seguente equazione e scriverle in forma algebrica

$$z^6 - 2iz^3 = 0$$

**Risposta [punti 3]:**

---

5. Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n^{2/n} - 1) \log \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}}{\log[(n-3)!] - \log[(n-2)!]}$$

**Risposta [punti 3]:**

---

6. Sia  $\alpha \in \mathbb{R}$ . Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left[ \left( \frac{2}{x^\alpha} + 3(\sin x - \sinh x) \right) \arctan x^7 \right]$$

**Risposta [punti 4]:**

---

7. Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la seguente funzione:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^4}{(x-7)^2} (1 - e^{x-7}) \log |x| & \text{se } x \neq 7 \text{ e } x \neq 0, \\ 6 & \text{se } x = 7 \text{ o } x = 0. \end{cases}$$

Dire se la funzione  $f$  è continua sul suo dominio ed eventualmente discutere i tipi di discontinuità qualora  $f$  non sia continua.

**Risposta [punti 3]:**

---

8. Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la seguente funzione:

$$f(x) = (x^2 - 2x)^{1/3}$$

Dire se la funzione  $f$  è derivabile sul suo dominio ed eventualmente discutere i tipi di non derivabilità qualora  $f$  non sia derivabile.

**Risposta [punti 3]:**

---