

---

Cognome e nome ..... Firma .....

Corso di Laurea:  $\diamond$  AMBL;  $\diamond$  CIVL;  $\diamond$  PPING

---

**Istruzioni**

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
  2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
  3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
  4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
  5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
  6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
  7. TEMPO a disposizione: 150 min.
- 

1. Sia data la seguente funzione  $f$  reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = 7x + 2 + x \log |x|$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione  $f$ , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di  $f$  ed eventuali simmetrie.

**Risposta [punti 1]:**

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per  $f$ .

**Risposta [punti 2]:**

Calcolare la funzione derivata prima di  $f$  e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

**Risposta [punti 1]:**

Studiare la crescita e decrescita di  $f$ , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per  $f$ .

**Risposta [punti 2]:**

Calcolare la funzione derivata seconda di  $f$  e studiare la concavità e la convessità di  $f$ , calcolando gli eventuali punti di flesso per  $f$ .

**Risposta [punti 2]:**

---

2. Determinare  $\inf A$ ,  $\sup A$  ed eventualmente  $\min A$ ,  $\max A$ , essendo

$$A = \left\{ 3 + e^{-\frac{1}{n^2+1}}, n \in \mathbb{N} \right\}$$

**Risposta [punti 3]:**

---

3. Determinare il luogo geometrico degli  $z \in \mathbb{C}$  tali che

$$2|z + 7i| = |\bar{z} - 14i|$$

**Risposta [punti 3]:**

---

4. Calcolare in  $\mathbb{C}$  tutte le soluzioni, contate con la loro molteplicità, della seguente equazione

$$[z^2 + 4iz - 4] (z^3 - i) = 0$$

**Risposta [punti 4]:**

---

5. Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 \sin\left(\frac{1}{n}\right)}{\sin n + \left(-\frac{1}{2}\right)^n + \log(3^n)}$$

**Risposta [punti 3]:**

---

6. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( 1 - \frac{x^4}{4} \right)^{\frac{4(e^{2x^4} - 1)}{[1 - \cos(2x^2)]^2}}$$

**Risposta [punti 4]:**

---

7. Sia  $\alpha \in \mathbb{R}$  e  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la seguente funzione:

$$g(x) = \begin{cases} 3|x| + 1 + x \log |x| & \text{se } x \neq 0, \\ \alpha & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

Determinare per quali valori di  $\alpha$  la funzione  $g$  è continua in  $x = 0$  ed altrimenti classificarne il tipo di discontinuità. Determinare per quali valori di  $\alpha$  la funzione  $g$  è derivabile in  $x = 0$  ed altrimenti classificarne il tipo di non derivabilità.

**Risposta [punti 5]:**

---

1. Sia data la seguente funzione  $f$  reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = 7x + 2 + x \log |x|$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione  $f$ , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di  $f$  ed eventuali simmetrie.

**Risposta [punti 1]:**

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per  $f$ .

**Risposta [punti 2]:**

Calcolare la funzione derivata prima di  $f$  e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

**Risposta [punti 1]:**

Studiare la crescita e decrescita di  $f$ , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per  $f$ .

**Risposta [punti 2]:**

Calcolare la funzione derivata seconda di  $f$  e studiare la concavità e la convessità di  $f$ , calcolando gli eventuali punti di flesso per  $f$ .

**Risposta [punti 2]:**

---

2. Determinare  $\inf A$ ,  $\sup A$  ed eventualmente  $\min A$ ,  $\max A$ , essendo

$$A = \left\{ 3 + e^{-\frac{1}{n^2+1}}, n \in \mathbb{N} \right\}$$

**Risposta [punti 3]:**

---

3. Determinare il luogo geometrico degli  $z \in \mathbb{C}$  tali che

$$2|z + 7i| = |\bar{z} - 14i|$$

**Risposta [punti 3]:**

---

4. Calcolare in  $\mathbb{C}$  tutte le soluzioni, contate con la loro molteplicità, della seguente equazione

$$[z^2 + 4iz - 4](z^3 - i) = 0$$

**Risposta [punti 4]:**

---

5. Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2 \sin\left(\frac{1}{n}\right)}{\sin n + \left(-\frac{1}{2}\right)^n + \log(3^n)}$$

**Risposta [punti 3]:**

---

6. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 - \frac{x^4}{4}\right) \frac{4(e^{2x^4} - 1)}{[1 - \cos(2x^2)]^2}$$

**Risposta [punti 4]:**

---

7. Sia  $\alpha \in \mathbb{R}$  e  $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la seguente funzione:

$$g(x) = \begin{cases} 3|x| + 1 + x \log |x| & \text{se } x \neq 0, \\ \alpha & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

Determinare per quali valori di  $\alpha$  la funzione  $g$  è continua in  $x = 0$  ed altrimenti classificarne il tipo di discontinuità. Determinare per quali valori di  $\alpha$  la funzione  $g$  è derivabile in  $x = 0$  ed altrimenti classificarne il tipo di non derivabilità.

**Risposta [punti 5]:**

---