

---

Cognome e nome ..... Matricola ..... Firma .....

Corso di Laurea:  $\diamond$  AMBL;  $\diamond$  CIVL;  $\diamond$  PPING;

---

**Istruzioni**

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
  2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
  3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
  4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
  5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
  6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
  7. TEMPO a disposizione: 150 min.
- 

1. Sia data la seguente funzione  $f$  reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = x \left( \frac{x-2}{x+2} \right)^2$$

Tracciare sul foglio di protocollo un grafico qualitativo della funzione  $f$ , in accordo con i risultati ottenuti.

Determinare il dominio di  $f$  ed eventuali simmetrie.

**Risposta [punti 1]:**

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per  $f$ .

**Risposta [punti 2]:**

Calcolare la funzione derivata prima di  $f$  e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

**Risposta [punti 1]:**

Studiare la crescita e decrescita di  $f$ , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per  $f$ .

**Risposta [punti 2]:**

Senza calcolare la derivata seconda di  $f$ , dire se  $f$  ammette almeno un punto di flesso e rappresentarlo graficamente.

**Risposta [punti 1]:**

---

2. Determinare  $\inf A$ ,  $\sup A$  ed eventualmente  $\min A$ ,  $\max A$ , essendo

$$A = \left\{ \sqrt[3]{1 - \sin\left(\frac{1}{n^3}\right)}, n \geq 1 \right\}$$

**Risposta [punti 3]:**

---

3. Determinare il luogo geometrico degli  $z \in \mathbb{C}$  tali che

$$|z - 7|^2 + |z + 7|^2 = 2(z - 7)^2$$

**Risposta [punti 3]:**

---

4. Calcolare in  $\mathbb{C}$  tutte le soluzioni della seguente equazione

$$z^4 = 3iz$$

**Risposta [punti 3]:**

---

5. Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4(n+1)! - \frac{1}{2^n} + \sin(n^n)}{n! [\log(2^n) - \log(3^n)]}$$

**Risposta [punti 3]:**

---

6. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\alpha/2} \left( e^{x^2} - \sqrt{1 - (\log(x+1))^2} \right)$$

al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

**Risposta [punti 4]:**

---

7. Sia  $\beta \in \mathbb{R}$ . Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la seguente funzione:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{se } x \leq 0, \\ x^\beta \left[ \sin\left(\frac{1}{x^2}\right) + 2 \right] & \text{se } x > 0. \end{cases}$$

Determinare per quali valori di  $\beta$  la funzione  $f$  è continua in  $x = 0$  e discutere il tipo di discontinuità qualora  $f$  non sia continua.

**Risposta [punti 4]:**

---

8. Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da  $f(x) = 8x|\sin x| + 1$ . Discutere la derivabilità di  $f$  in  $\left] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right[$ .

**Risposta [punti 3]:**

---