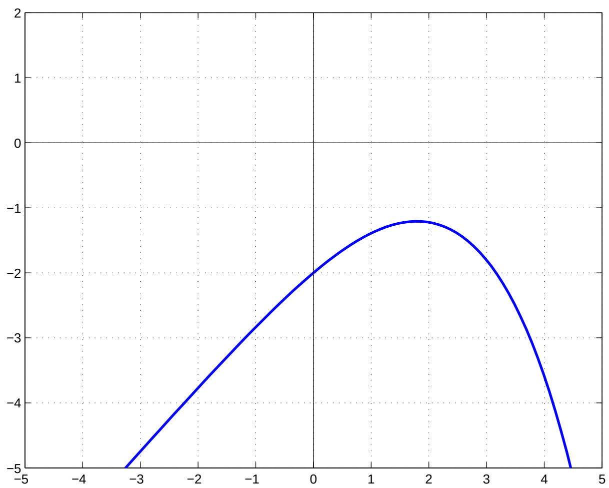
ANALISI MATEMATICA A - **Secondo appello** - 9 gennaio 2007 - C.d.L.: CIVL - AMBL

Il NUMERO della FILA è contenuto nell'esercizio n. 8 ed è il valore di x in cui cambia la definizione della funzione f.

Fila 1

Es. 1. Sol: La successione è convergente e $\lim_{n\to+\infty} a_n = 0$. $\inf_{n\geq 1} a_n = 0$, $\sup_{n\geq 1} a_n = \max_{n\geq 1} a_n = \sqrt{3}$. **Es. 2**. Sol: $z_0 = \sqrt[3]{3}\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$, $z_1 = -\sqrt[3]{3}$ $z_2 = \sqrt[3]{3}\left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$. **Es. 3**. Sol: Parabola di equazione $y = \frac{1}{3}(2x^2 - x)$. **Es. 4**. Sol: 7 **Es. 5**. Sol: dom$f = \mathbb{R}$. La funzione non presenta simmetrie. La funzione non presenta asintoti orizzontali e verticali. La retta $y = x - \sqrt{3}$ è asintoto obliquo per $x \to -\infty$. La derivata prima è $f'(x) = 1 - \frac{1}{2}\frac{e^x}{\sqrt{e^x+3}}$; dom$f'$ =dom$f$.
f è crescente in $(-\infty, \log 6)$, decrescente in $(\log 6, +\infty)$. $x = \log 6$ è punto di massimo relativo e assoluto. Non vi sono punti di minimo relativo e assoluto.
$f''(x) = -\frac{1}{4}\frac{e^{2x} + 2e^x 3}{(e^x+3)^{3/2}}$; f è sempre concava, nessun punto di flesso.



Es. 6. Sol: -2. **Es. 7**. Sol: f è continua in $\mathbb{R}\setminus\{8\}$. $x = 8$ è punto di infinito. **Es. 8**. Sol: dom$f = \mathbb{R}$ ed f è continua su tutto il suo dominio. La funzione f si può riscrivere nel seguente modo:

$$f(x) = \begin{cases} -1 & \text{se } x < 1 \\ (x-1)^{3/2} - (-x+2)^{1/2} & \text{se } 1 \leq x < 2 \\ (x-1)^{3/2} - (x-2)^{1/2} & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$$

La derivata prima è

$$f'(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < 1 \\ \frac{3}{2}\sqrt{x-1} + \frac{1}{2\sqrt{-x+2}} & \text{se } 1 < x < 2 \\ \frac{3}{2}\sqrt{x-1} - \frac{1}{2\sqrt{x-2}} & \text{se } x > 2. \end{cases}$$

$f'_-(1) = 0$, $f'_+(1) = \frac{1}{2}$. Quindi $x = 1$ è punto angoloso.
$f'_-(2) = +\infty$, $f'_+(2) = -\infty$. Quindi $x = 2$ è punto di cuspide. domf'=dom$f \setminus \{1, 2\}$.

Fila 2

Es. 1. Sol: La successione è convergente e $\lim_{n\to+\infty} a_n = 0$. $\inf_{n\geq 1} a_n = 0$, $\sup_{n\geq 1} a_n = \max_{n\geq 1} a_n = \sqrt{3}$. **Es. 2**. Sol: $z_0 = \sqrt[3]{5}\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$, $z_1 = -\sqrt[3]{5}$ $z_2 = \sqrt[3]{5}\left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$. **Es. 3**. Sol: Parabola di equazione

$y=\frac{1}{5}(2x^2-x)$. **Es. 4**. Sol: 6 **Es. 5**. Sol: dom$f=\mathbb{R}$. La funzione non presenta simmetrie. La funzione non presenta asintoti orizzontali e verticali. La retta $y=x-\sqrt{8}$ è asintoto obliquo per $x\to-\infty$. La derivata prima è $f'(x)=1-\frac{1}{2}\frac{e^x}{\sqrt{e^x+8}}$; dom$f'$ =dom$f$.
f è crescente in $(-\infty,\log 8)$, decrescente in $(\log 8,+\infty)$. $x=\log 8$ è punto di massimo relativo e assoluto. Non vi sono punti di minimo relativo e assoluto.
$f''(x)=-\frac{1}{4}\frac{e^{2x}+2e^x 8}{(e^x+8)^{3/2}}$; f è sempre concava, nessun punto di flesso.
Es. 6. Sol: -3. **Es. 7**. Sol: f è continua in $\mathbb{R}\setminus\{7\}$. $x=7$ è punto di infinito. **Es. 8**. Sol: dom$f=\mathbb{R}$ ed f è continua su tutto il suo dominio. La funzione f si può riscrivere nel seguente modo:

$$f(x)=\begin{cases} -1 & \text{se } x<2\\ (x-2)^{3/2}-(-x+3)^{1/2} & \text{se } 2\le x<3\\ (x-2)^{3/2}-(x-3)^{1/2} & \text{se } x\ge 3\end{cases}$$

La derivata prima è

$$f'(x)=\begin{cases} 0 & \text{se } x<2\\ \frac{3}{2}\sqrt{x-2}+\frac{1}{2\sqrt{-x+3}} & \text{se } 2<x<3\\ \frac{3}{2}\sqrt{x-2}-\frac{1}{2\sqrt{x-3}} & \text{se } x>3.\end{cases}$$

$f'_-(2)=0$, $f'_+(2)=\frac{1}{2}$. Quindi $x=2$ è punto angoloso.
$f'_-(3)=+\infty$, $f'_+(3)=-\infty$. Quindi $x=3$ è punto di cuspide. domf'=dom$f\setminus\{2,3\}$.

Fila 3

Es. 1. Sol: La successione è convergente e $\lim_{n\to+\infty}a_n=0$. $\inf_{n\ge1}a_n=0$, $\sup_{n\ge1}a_n=\max_{n\ge1}a_n=\sqrt{3}$. **Es. 2**. Sol: $z_0=\sqrt[3]{7}\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$, $z_1=-\sqrt[3]{7}$ $z_2=\sqrt[3]{7}\left(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$. **Es. 3**. Sol: Parabola di equazione $y=\frac{1}{7}(2x^2-x)$. **Es. 4**. Sol: 5 **Es. 5**. Sol: dom$f=\mathbb{R}$. La funzione non presenta simmetrie. La funzione non presenta asintoti orizzontali e verticali. La retta $y=x-\sqrt{15}$ è asintoto obliquo per $x\to-\infty$. La derivata prima è $f'(x)=1-\frac{1}{2}\frac{e^x}{\sqrt{e^x+15}}$; dom$f'$ =dom$f$.
f è crescente in $(-\infty,\log 10)$, decrescente in $(\log 10,+\infty)$. $x=\log 10$ è punto di massimo relativo e assoluto. Non vi sono punti di minimo relativo e assoluto.
$f''(x)=-\frac{1}{4}\frac{e^{2x}+2e^x 15}{(e^x+15)^{3/2}}$; f è sempre concava, nessun punto di flesso.
Es. 6. Sol: -4. **Es. 7**. Sol: f è continua in $\mathbb{R}\setminus\{6\}$. $x=6$ è punto di infinito. **Es. 8**. Sol: dom$f=\mathbb{R}$ ed f è continua su tutto il suo dominio. La funzione f si può riscrivere nel seguente modo:

$$f(x)=\begin{cases} -1 & \text{se } x<3\\ (x-3)^{3/2}-(-x+4)^{1/2} & \text{se } 3\le x<4\\ (x-3)^{3/2}-(x-4)^{1/2} & \text{se } x\ge 4\end{cases}$$

La derivata prima è

$$f'(x)=\begin{cases} 0 & \text{se } x<3\\ \frac{3}{2}\sqrt{x-3}+\frac{1}{2\sqrt{-x+4}} & \text{se } 3<x<4\\ \frac{3}{2}\sqrt{x-3}-\frac{1}{2\sqrt{x-4}} & \text{se } x>4.\end{cases}$$

$f'_-(3)=0$, $f'_+(3)=\frac{1}{2}$. Quindi $x=3$ è punto angoloso.
$f'_-(4)=+\infty$, $f'_+(4)=-\infty$. Quindi $x=4$ è punto di cuspide. domf'=dom$f\setminus\{3,4\}$.

Fila 4

Es. 1. Sol: La successione è convergente e $\lim_{n\to+\infty} a_n = 0$. $\inf_{n\geq 1} a_n = 0$, $\sup_{n\geq 1} a_n = \max_{n\geq 1} a_n = \sqrt{3}$. **Es. 2**. Sol: $z_0 = \sqrt[3]{9}\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$, $z_1 = -\sqrt[3]{9}$ $z_2 = \sqrt[3]{9}\left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$. **Es. 3**. Sol: Parabola di equazione $y = \frac{1}{9}(2x^2 - x)$. **Es. 4**. Sol: 4 **Es. 5**. Sol: dom$f = \mathbb{R}$. La funzione non presenta simmetrie. La funzione non presenta asintoti orizzontali e verticali. La retta $y = x - \sqrt{24}$ è asintoto obliquo per $x \to -\infty$. La derivata prima è $f'(x) = 1 - \frac{1}{2}\frac{e^x}{\sqrt{e^x + 24}}$; dom$f'$ =dom$f$.
f è crescente in $(-\infty, \log 12)$, decrescente in $(\log 12, +\infty)$. $x = \log 12$ è punto di massimo relativo e assoluto. Non vi sono punti di minimo relativo e assoluto.
$f''(x) = -\frac{1}{4}\frac{e^{2x} + 2e^x 24}{(e^x + 24)^{3/2}}$; f è sempre concava, nessun punto di flesso.
Es. 6. Sol: -5. **Es. 7**. Sol: f è continua in $\mathbb{R} \setminus \{5\}$. $x = 5$ è punto di infinito. **Es. 8**. Sol: dom$f = \mathbb{R}$ ed f è continua su tutto il suo dominio. La funzione f si può riscrivere nel seguente modo:

$$f(x) = \begin{cases} -1 & \text{se } x < 4 \\ (x-4)^{3/2} - (-x+5)^{1/2} & \text{se } 4 \leq x < 5 \\ (x-4)^{3/2} - (x-5)^{1/2} & \text{se } x \geq 5 \end{cases}$$

La derivata prima è

$$f'(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < 4 \\ \frac{3}{2}\sqrt{x-4} + \frac{1}{2\sqrt{-x+5}} & \text{se } 4 < x < 5 \\ \frac{3}{2}\sqrt{x-4} - \frac{1}{2\sqrt{x-5}} & \text{se } x > 5. \end{cases}$$

$f'_-(4) = 0$, $f'_+(4) = \frac{1}{2}$. Quindi $x = 4$ è punto angoloso.
$f'_-(5) = +\infty$, $f'_+(5) = -\infty$. Quindi $x = 5$ è punto di cuspide. domf'=dom$f \setminus \{4, 5\}$.

Fila 5

Es. 1. Sol: La successione è convergente e $\lim_{n\to+\infty} a_n = 0$. $\inf_{n\geq 1} a_n = 0$, $\sup_{n\geq 1} a_n = \max_{n\geq 1} a_n = \sqrt{3}$. **Es. 2**. Sol: $z_0 = \sqrt[3]{11}\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$, $z_1 = -\sqrt[3]{11}$ $z_2 = \sqrt[3]{11}\left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$. **Es. 3**. Sol: Parabola di equazione $y = \frac{1}{11}(2x^2 - x)$. **Es. 4**. Sol: 3 **Es. 5**. Sol: dom$f = \mathbb{R}$. La funzione non presenta simmetrie. La funzione non presenta asintoti orizzontali e verticali. La retta $y = x - \sqrt{35}$ è asintoto obliquo per $x \to -\infty$. La derivata prima è $f'(x) = 1 - \frac{1}{2}\frac{e^x}{\sqrt{e^x + 35}}$; dom$f'$ =dom$f$.
f è crescente in $(-\infty, \log 14)$, decrescente in $(\log 14, +\infty)$. $x = \log 14$ è punto di massimo relativo e assoluto. Non vi sono punti di minimo relativo e assoluto.
$f''(x) = -\frac{1}{4}\frac{e^{2x} + 2e^x 35}{(e^x + 35)^{3/2}}$; f è sempre concava, nessun punto di flesso.
Es. 6. Sol: -6. **Es. 7**. Sol: f è continua in $\mathbb{R} \setminus \{4\}$. $x = 4$ è punto di infinito. **Es. 8**. Sol: dom$f = \mathbb{R}$ ed f è continua su tutto il suo dominio. La funzione f si può riscrivere nel seguente modo:

$$f(x) = \begin{cases} -1 & \text{se } x < 5 \\ (x-5)^{3/2} - (-x+6)^{1/2} & \text{se } 5 \leq x < 6 \\ (x-5)^{3/2} - (x-6)^{1/2} & \text{se } x \geq 6 \end{cases}$$

La derivata prima è

$$f'(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < 5 \\ \frac{3}{2}\sqrt{x-5} + \frac{1}{2\sqrt{-x+6}} & \text{se } 5 < x < 6 \\ \frac{3}{2}\sqrt{x-5} - \frac{1}{2\sqrt{x-6}} & \text{se } x > 6. \end{cases}$$

$f'_-(5) = 0$, $f'_+(5) = \frac{1}{2}$. Quindi $x = 5$ è punto angoloso.
$f'_-(6) = +\infty$, $f'_+(6) = -\infty$. Quindi $x = 6$ è punto di cuspide. domf'=dom$f \setminus \{5, 6\}$.

Fila 6

Es. 1. Sol: La successione è convergente e $\lim_{n\to+\infty} a_n = 0$. $\inf_{n\geq 1} a_n = 0$, $\sup_{n\geq 1} a_n = \max_{n\geq 1} a_n = \sqrt{3}$. **Es. 2**. Sol: $z_0 = \sqrt[3]{13}\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$, $z_1 = -\sqrt[3]{13}$ $z_2 = \sqrt[3]{13}\left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)$. **Es. 3**. Sol: Parabola di equazione $y = \frac{1}{13}(2x^2 - x)$. **Es. 4**. Sol: 2 **Es. 5**. Sol: dom$f = \mathbb{R}$. La funzione non presenta simmetrie. La funzione non presenta asintoti orizzontali e verticali. La retta $y = x - \sqrt{48}$ è asintoto obliquo per $x \to -\infty$. La derivata prima è $f'(x) = 1 - \frac{1}{2}\frac{e^x}{\sqrt{e^x + 48}}$; dom$f'$ =dom$f$.
f è crescente in $(-\infty, \log 16)$, decrescente in $(\log 16, +\infty)$. $x = \log 16$ è punto di massimo relativo e assoluto. Non vi sono punti di minimo relativo e assoluto.
$f''(x) = -\frac{1}{4}\frac{e^{2x} + 2e^x 48}{(e^x + 48)^{3/2}}$; f è sempre concava, nessun punto di flesso.
Es. 6. Sol: -7. **Es. 7**. Sol: f è continua in $\mathbb{R} \setminus \{3\}$. $x = 3$ è punto di infinito. **Es. 8**. Sol: dom$f = \mathbb{R}$ ed f è continua su tutto il suo dominio. La funzione f si può riscrivere nel seguente modo:

$$f(x) = \begin{cases} -1 & \text{se } x < 6 \\ (x-6)^{3/2} - (-x+7)^{1/2} & \text{se } 6 \leq x < 7 \\ (x-6)^{3/2} - (x-7)^{1/2} & \text{se } x \geq 7 \end{cases}$$

La derivata prima è

$$f'(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < 6 \\ \frac{3}{2}\sqrt{x-6} + \frac{1}{2\sqrt{-x+7}} & \text{se } 6 < x < 7 \\ \frac{3}{2}\sqrt{x-6} - \frac{1}{2\sqrt{x-7}} & \text{se } x > 7. \end{cases}$$

$f'_-(6) = 0$, $f'_+(6) = \frac{1}{2}$. Quindi $x = 6$ è punto angoloso.
$f'_-(7) = +\infty$, $f'_+(7) = -\infty$. Quindi $x = 7$ è punto di cuspide. domf'=dom$f \setminus \{6, 7\}$.
