ANALISI MATEMATICA A - **Appello** - 5 luglio 2007 - C.d.L.: CIVL - AMBL

Il NUMERO della FILA è contenuto nel testo dell'esercizio n° 1 ed è il valore del coefficiente di n al numeratore dell'argomento di log.

Fila 1

1. $\sup A = \max A = 3 \arctan(\log 2)$, $\inf A = -\dfrac{3}{2}\pi$

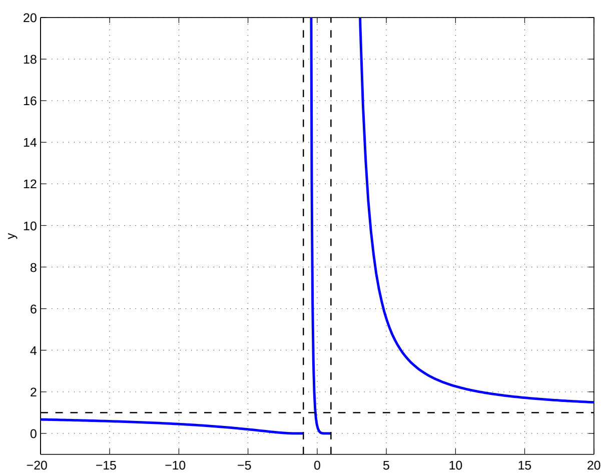
2. $z_0 = \sqrt[3]{2}i$, $z_1 = -\sqrt[3]{2}\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{1}{2}i\right)$, $z_2 = \sqrt[3]{2}\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{1}{2}i\right)$

3. il solo punto $z = \frac{3}{2}$

4. $e^{\frac{2}{3}}$

5. $\frac{1}{2}$

6. dom $f = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$ non ci sono simmetrie. $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = 1$ quindi $y = 1$ asintoto orizzontale sia per $x \to -\infty$ sia per $x \to +\infty$; $\lim_{x\to\pm 1^-} f(x) = 0$ $\lim_{x\to\pm 1^+} f(x) = +\infty$ quindi le rette $x = -1$ e $x = 1$ sono asintoti verticali destri. Non ci sono asintoti obliqui.
$f'(x) = -\frac{8x^2+2x+8}{(x^2-1)^2} \exp\left(\frac{8x+1}{x^2-1}\right)$. $f'(x) < 0$ per $x \in \mathrm{dom}(f) = \mathrm{dom}(f')$, quindi f decrescente in $(-\infty, -1)$, in $(-1, 1)$ ed in $(1, +\infty)$, illimitata superiormente, quindi non ammette massimo assoluto, è limitata inferiormente ma non ammette minimo assoluto, non ci sono punti di massimo o minimo relativi.
$f''(x) = \left[\left(\frac{8x^2+2x+8}{(x^2-1)^2}\right)^2 + \frac{2(8x^3+3x^2+24x+1)}{(x^2-1)^3}\right] \exp\left(\frac{8x+1}{x^2-1}\right)$. Esiste sicuramente un punto di flesso in $(-\infty, -1)$, poiché $\lim\limits_{x\to-\infty} f'(x) = 0$ e $\lim\limits_{x\to-1^-} f'(x) = 0$ e f è decrescente; negli altri due intervalli $(-1, 1)$ e $(1, +\infty)$ non è detto che vi siano flessi.



7. $x = 7$ punto di discontinuità di seconda specie, $x = 8$ punto di infinito

8. f è derivabile eccetto che in $x = -2$. $x = -2$ è un punto a tangente verticale

---

Fila 2

1. $\sup A = \max A = 5 \arctan(\log 3)$, $\inf A = -\dfrac{5}{2}\pi$

2. $z_0 = \sqrt[3]{3}i$, $z_1 = -\sqrt[3]{3}\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{1}{2}i\right)$, $z_2 = \sqrt[3]{3}\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{1}{2}i\right)$

3. il solo punto $z = \frac{5}{2}$

4. $e^{\frac{3}{4}}$

5. $\frac{1}{3}$

6. dom $f = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$ non ci sono simmetrie. $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = 1$ quindi $y = 1$ asintoto orizzontale sia per $x \to -\infty$ sia per $x \to +\infty$; $\lim_{x\to\pm 1^-} f(x) = 0$ $\lim_{x\to\pm 1^+} f(x) = +\infty$ quindi le rette $x = -1$ e $x = 1$ sono asintoti verticali destri. Non ci sono asintoti obliqui.
   $f'(x) = -\frac{7x^2+2x+7}{(x^2-1)^2} \exp\left(\frac{7x+1}{x^2-1}\right)$. $f'(x) < 0$ per $x \in \mathrm{dom}(f) = \mathrm{dom}(f')$, quindi f decrescente in $(-\infty, -1)$, in $(-1, 1)$ ed in $(1, +\infty)$, illimitata superiormente, quindi non ammette massimo assoluto, è limitata inferiormente ma non ammette minimo assoluto, non ci sono punti di massimo o minimo relativi.
   $f''(x) = \left[\left(\frac{7x^2+2x+7}{(x^2-1)^2}\right)^2 + \frac{2(7x^3+3x^2+21x+1)}{(x^2-1)^3}\right] \exp\left(\frac{7x+1}{x^2-1}\right)$. Esiste sicuramente un punto di flesso in $(-\infty, -1)$, poiché $\lim\limits_{x\to-\infty} f'(x) = 0$ e $\lim\limits_{x\to-1^-} f'(x) = 0$ e f è decrescente; negli altri due intervalli $(-1, 1)$ e $(1, +\infty)$ non è detto che vi siano flessi.

7. $x = 6$ punto di discontinuità di seconda specie, $x = 7$ punto di infinito

8. f è derivabile eccetto che in $x = -3$. $x = -3$ è un punto a tangente verticale

---

Fila 3

1. $\sup A = \max A = 7 \arctan(\log 4)$, $\inf A = -\dfrac{7}{2}\pi$

2. $z_0 = \sqrt[3]{4}i$, $z_1 = -\sqrt[3]{4}\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{1}{2}i\right)$, $z_2 = \sqrt[3]{4}\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{1}{2}i\right)$

3. il solo punto $z = \frac{7}{2}$

4. $e^{\frac{4}{5}}$

5. $\frac{1}{4}$

6. dom $f = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$ non ci sono simmetrie. $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = 1$ quindi $y = 1$ asintoto orizzontale sia per $x \to -\infty$ sia per $x \to +\infty$; $\lim_{x\to\pm 1^-} f(x) = 0$ $\lim_{x\to\pm 1^+} f(x) = +\infty$ quindi le rette $x = -1$ e $x = 1$ sono asintoti verticali destri. Non ci sono asintoti obliqui.
   $f'(x) = -\frac{6x^2+2x+6}{(x^2-1)^2} \exp\left(\frac{6x+1}{x^2-1}\right)$. $f'(x) < 0$ per $x \in \mathrm{dom}(f) = \mathrm{dom}(f')$, quindi f decrescente in $(-\infty, -1)$, in $(-1, 1)$ ed in $(1, +\infty)$, illimitata superiormente, quindi non ammette massimo assoluto, è limitata inferiormente ma non ammette minimo assoluto, non ci sono punti di massimo o minimo relativi.
   $f''(x) = \left[\left(\frac{6x^2+2x+6}{(x^2-1)^2}\right)^2 + \frac{2(6x^3+3x^2+18x+1)}{(x^2-1)^3}\right] \exp\left(\frac{6x+1}{x^2-1}\right)$. Esiste sicuramente un punto di flesso in $(-\infty, -1)$, poiché $\lim\limits_{x\to-\infty} f'(x) = 0$ e $\lim\limits_{x\to-1^-} f'(x) = 0$ e f è decrescente; negli altri due intervalli $(-1, 1)$ e $(1, +\infty)$ non è detto che vi siano flessi.

7. $x = 5$ punto di discontinuità di seconda specie, $x = 6$ punto di infinito

8. f è derivabile eccetto che in $x = -4$. $x = -4$ è un punto a tangente verticale

---

Fila 4

1. $\sup A = \max A = 9 \arctan(\log 5)$, $\inf A = -\dfrac{9}{2}\pi$

2. $z_0 = \sqrt[3]{5}i$, $z_1 = -\sqrt[3]{5}\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{1}{2}i\right)$, $z_2 = \sqrt[3]{5}\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{1}{2}i\right)$

3. il solo punto $z = \frac{9}{2}$

4. $e^{\frac{5}{6}}$

5. $\frac{1}{5}$

6. $\operatorname{dom} f = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$ non ci sono simmetrie. $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = 1$ quindi $y = 1$ asintoto orizzontale sia per $x \to -\infty$ sia per $x \to +\infty$; $\lim_{x\to\pm 1^-} f(x) = 0$ $\lim_{x\to\pm 1^+} f(x) = +\infty$ quindi le rette $x = -1$ e $x = 1$ sono asintoti verticali destri. Non ci sono asintoti obliqui.
$f'(x) = -\frac{5x^2+2x+5}{(x^2-1)^2} \exp\left(\frac{5x+1}{x^2-1}\right)$. $f'(x) < 0$ per $x \in \operatorname{dom}(f) = \operatorname{dom}(f')$, quindi f decrescente in $(-\infty, -1)$, in $(-1, 1)$ ed in $(1, +\infty)$, illimitata superiormente, quindi non ammette massimo assoluto, è limitata inferiormente ma non ammette minimo assoluto, non ci sono punti di massimo o minimo relativi.
$f''(x) = \left[\left(\frac{5x^2+2x+5}{(x^2-1)^2}\right)^2 + \frac{2(5x^3+3x^2+15x+1)}{(x^2-1)^3}\right] \exp\left(\frac{5x+1}{x^2-1}\right)$. Esiste sicuramente un punto di flesso in $(-\infty, -1)$, poiché $\lim\limits_{x\to-\infty} f'(x) = 0$ e $\lim\limits_{x\to-1^-} f'(x) = 0$ e f è decrescente; negli altri due intervalli $(-1, 1)$ e $(1, +\infty)$ non è detto che vi siano flessi.

7. $x = 4$ punto di discontinuità di seconda specie, $x = 5$ punto di infinito

8. f è derivabile eccetto che in $x = -5$. $x = -5$ è un punto a tangente verticale

---

Fila 5

1. $\sup A = \max A = 11 \arctan(\log 6)$, $\inf A = -\dfrac{11}{2}\pi$

2. $z_0 = \sqrt[3]{6}i$, $z_1 = -\sqrt[3]{6}\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{1}{2}i\right)$, $z_2 = \sqrt[3]{6}\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{1}{2}i\right)$

3. il solo punto $z = \frac{11}{2}$

4. $e^{\frac{6}{7}}$

5. $\frac{1}{6}$

6. $\operatorname{dom} f = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$ non ci sono simmetrie. $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = 1$ quindi $y = 1$ asintoto orizzontale sia per $x \to -\infty$ sia per $x \to +\infty$; $\lim_{x\to\pm 1^-} f(x) = 0$ $\lim_{x\to\pm 1^+} f(x) = +\infty$ quindi le rette $x = -1$ e $x = 1$ sono asintoti verticali destri. Non ci sono asintoti obliqui.
$f'(x) = -\frac{4x^2+2x+4}{(x^2-1)^2} \exp\left(\frac{4x+1}{x^2-1}\right)$. $f'(x) < 0$ per $x \in \operatorname{dom}(f) = \operatorname{dom}(f')$, quindi f decrescente in $(-\infty, -1)$, in $(-1, 1)$ ed in $(1, +\infty)$, illimitata superiormente, quindi non ammette massimo assoluto, è limitata inferiormente ma non ammette minimo assoluto, non ci sono punti di massimo

o minimo relativi.
$f''(x) = \left[\left(\frac{4x^2+2x+4}{(x^2-1)^2}\right)^2 + \frac{2(4x^3+3x^2+12x+1)}{(x^2-1)^3}\right] \exp\left(\frac{4x+1}{x^2-1}\right)$. Esiste sicuramente un punto di flesso in $(-\infty,-1)$, poiché $\lim\limits_{x\to-\infty} f'(x) = 0$ e $\lim\limits_{x\to-1^-} f'(x) = 0$ e f è decrescente; negli altri due intervalli $(-1,1)$ e $(1,+\infty)$ non è detto che vi siano flessi.

7. $x = 3$ punto di discontinuità di seconda specie, $x = 4$ punto di infinito

8. f è derivabile eccetto che in $x = -6$. $x = -6$ è un punto a tangente verticale

---

Fila 6

1. $\sup A = \max A = 13 \arctan(\log 7)$, $\inf A = -\dfrac{13}{2}\pi$

2. $z_0 = \sqrt[3]{7}i$, $z_1 = -\sqrt[3]{7}\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{1}{2}i\right)$, $z_2 = \sqrt[3]{7}\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{1}{2}i\right)$

3. il solo punto $z = \frac{13}{2}$

4. $e^{\frac{7}{8}}$

5. $\frac{1}{7}$

6. dom $f = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$ non ci sono simmetrie. $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = 1$ quindi $y = 1$ asintoto orizzontale sia per $x \to -\infty$ sia per $x \to +\infty$; $\lim_{x\to\pm1^-} f(x) = 0$ $\lim_{x\to\pm1^+} f(x) = +\infty$ quindi le rette $x = -1$ e $x = 1$ sono asintoti verticali destri. Non ci sono asintoti obliqui.
$f'(x) = -\frac{3x^2+2x+3}{(x^2-1)^2} \exp\left(\frac{3x+1}{x^2-1}\right)$. $f'(x) < 0$ per $x \in \mathrm{dom}(f) = \mathrm{dom}(f')$, quindi f decrescente in $(-\infty,-1)$, in $(-1,1)$ ed in $(1,+\infty)$, illimitata superiormente, quindi non ammette massimo assoluto, è limitata inferiormente ma non ammette minimo assoluto, non ci sono punti di massimo o minimo relativi.
$f''(x) = \left[\left(\frac{3x^2+2x+3}{(x^2-1)^2}\right)^2 + \frac{2(3x^3+3x^2+9x+1)}{(x^2-1)^3}\right] \exp\left(\frac{3x+1}{x^2-1}\right)$. Esiste sicuramente un punto di flesso in $(-\infty,-1)$, poiché $\lim\limits_{x\to-\infty} f'(x) = 0$ e $\lim\limits_{x\to-1^-} f'(x) = 0$ e f è decrescente; negli altri due intervalli $(-1,1)$ e $(1,+\infty)$ non è detto che vi siano flessi.

7. $x = 2$ punto di discontinuità di seconda specie, $x = 3$ punto di infinito

8. f è derivabile eccetto che in $x = -7$. $x = -7$ è un punto a tangente verticale

---