ANALISI MATEMATICA A - **Secondo appello** - 3 aprile 2007 - C.d.L.: CIVL - AMBL

Il NUMERO della FILA è contenuto nell'esercizio n. 2 ed è il valore sommato ad n^2.

Fila 1

1. (a) $\operatorname{dom} f = \mathbb{R}$; non ci sono simmetrie.

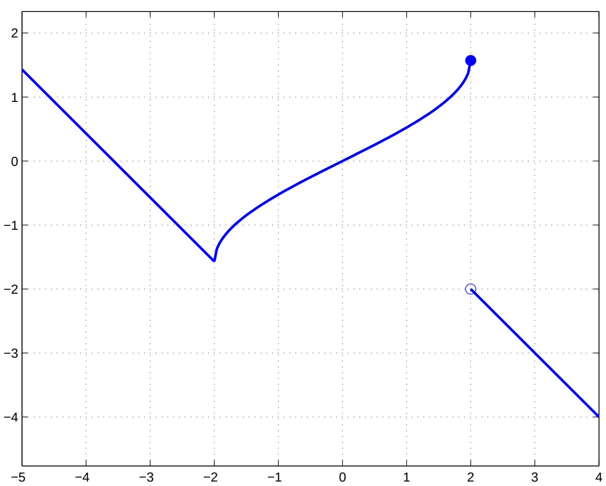
(b) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$. f continua in $\mathbb{R}\setminus\{2\}$; $x = 2$ punto di salto.

(c) $f'(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{4-x^2}} & \text{se } |x| < 2, \\ -1 & \text{se } |x| > 2, \end{cases}$ $\qquad \operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f \setminus \{\pm 2\}$.

(d) f è strettamente decrescente in $(-\infty,-2)\cup(2,+\infty)$; f è strettamente crescente in $(-2,+2)$. f è illimitata inferiormente e superiormente. $x = -2$ è punto di minimo relativo e punto angoloso, $x = 2$ è punto di massimo relativo.

(e) $f''(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{\sqrt{(4-x^2)^3}} & \text{se } |x| < 2, \\ 0 & \text{se } |x| > 2, \end{cases}$

f è strettamente concava in $]-2,0[$, f è strettamente convessa in $]0,2[$, $x = 0$ punto di flesso a tangente obliqua.



2. $\inf A = \min A = \frac{17}{2}$, $\sup A = +\infty$, $\nexists \max A$.

3. $z_0 = \sqrt[4]{7}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$, $z_1 = \sqrt[4]{7}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

4. Unione tra la retta $x = 0$ e la circonferenza $14(x^2+y^2) + 2x = 0$.

5. $\frac{1}{2}$.

6. Il polinomio di Taylor di grado 2 approssimante $f(x)$ in un intorno del punto $x_0 = 1$ è
$p_2(x) = \log 4 + \dfrac{3}{4}(x-1) - \dfrac{9}{16}\dfrac{(x-1)^2}{2}$.

7. Se $\alpha = 8$ e $\beta = 1$, f è continua e derivabile in $x = 0$; se $\alpha = 8$ e $\beta \neq 1$, f è continua ma non derivabile in $x = 0$ ed il punto $x = 0$ è punto angoloso; se $\alpha \neq 8$ e β è qualsiasi, f è discontinua in $x = 0$ e $x = 0$ è punto di salto.

Fila 2

1. (a) $\mathrm{dom}\, f = \mathbb{R}$; non ci sono simmetrie.

(b) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$. f continua in $\mathbb{R}\setminus\{3\}$; $x = 3$ punto di salto.

(c) $f'(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{9-x^2}} & \text{se } |x| < 3, \\ -1 & \text{se } |x| > 3, \end{cases}$ $\qquad \mathrm{dom}\, f' = \mathrm{dom}\, f \setminus \{\pm 3\}$.

(d) f è strettamente decrescente in $(-\infty, -3) \cup (3, +\infty)$; f è strettamente crescente in $(-3, +3)$. f è illimitata inferiormente e superiormente. $x = -3$ è punto di minimo relativo e punto angoloso, $x = 3$ è punto di massimo relativo.

(e) $f''(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{\sqrt{(9-x^2)^3}} & \text{se } |x| < 3, \\ 0 & \text{se } |x| > 3, \end{cases}$

f è strettamente concava in $]-3, 0[$, f è strettamente convessa in $]0, 3[$, $x = 0$ punto di flesso a tangente obliqua.

2. $\inf A = \min A = 9$, $\sup A = +\infty$, $\nexists \max A$.

3. $z_0 = \sqrt[4]{6}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$, $z_1 = \sqrt[4]{6}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

4. Unione tra la retta $x = 0$ e la circonferenza $12(x^2 + y^2) + 3x = 0$.

5. $\frac{1}{3}$.

6. Il polinomio di Taylor di grado 2 approssimante $f(x)$ in un intorno del punto $x_0 = 1$ è
$p_2(x) = \log 5 + \dfrac{4}{5}(x-1) - \dfrac{16}{25}\dfrac{(x-1)^2}{2}$.

7. Se $\alpha = 7$ e $\beta = 2$, f è continua e derivabile in $x = 0$; se $\alpha = 7$ e $\beta \neq 2$, f è continua ma non derivabile in $x = 0$ ed il punto $x = 0$ è punto angoloso; se $\alpha \neq 7$ e β è qualsiasi, f è discontinua in $x = 0$ e $x = 0$ è punto di salto.

Fila 3

1. (a) $\mathrm{dom}\, f = \mathbb{R}$; non ci sono simmetrie.

(b) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$. f continua in $\mathbb{R}\setminus\{4\}$; $x = 4$ punto di salto.

(c) $f'(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{16-x^2}} & \text{se } |x| < 4, \\ -1 & \text{se } |x| > 4, \end{cases}$ $\qquad \mathrm{dom}\, f' = \mathrm{dom}\, f \setminus \{\pm 4\}$.

(d) f è strettamente decrescente in $(-\infty, -4) \cup (4, +\infty)$; f è strettamente crescente in $(-4, +4)$. f è illimitata inferiormente e superiormente. $x = -4$ è punto di minimo relativo e punto angoloso, $x = 4$ è punto di massimo relativo.

(e) $f''(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{\sqrt{(16-x^2)^3}} & \text{se } |x| < 4, \\ 0 & \text{se } |x| > 4, \end{cases}$

f è strettamente concava in $]-4, 0[$, f è strettamente convessa in $]0, 4[$, $x = 0$ punto di flesso a tangente obliqua.

2. $\inf A = \min A = \frac{19}{2}$, $\sup A = +\infty$, $\nexists \max A$.

3. $z_0 = \sqrt[4]{5}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$, $z_1 = \sqrt[4]{5}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

4. Unione tra la retta $x = 0$ e la circonferenza $10(x^2 + y^2) + 4x = 0$.

5. $\frac{1}{4}$.

6. Il polinomio di Taylor di grado 2 approssimante $f(x)$ in un intorno del punto $x_0 = 1$ è
$p_2(x) = \log 6 + \dfrac{5}{6}(x-1) - \dfrac{25}{36}\dfrac{(x-1)^2}{2}$.

7. Se $\alpha = 6$ e $\beta = 3$, f è continua e derivabile in $x = 0$; se $\alpha = 6$ e $\beta \neq 3$, f è continua ma non derivabile in $x = 0$ ed il punto $x = 0$ è punto angoloso; se $\alpha \neq 6$ e β è qualsiasi, f è discontinua in $x = 0$ e $x = 0$ è punto di salto.

Fila 4

1. (a) $\operatorname{dom} f = \mathbb{R}$; non ci sono simmetrie.

(b) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$. f continua in $\mathbb{R} \setminus \{5\}$; $x = 5$ punto di salto.

(c) $f'(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{25 - x^2}} & \text{se } |x| < 5, \\ -1 & \text{se } |x| > 5, \end{cases}$ $\qquad \operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f \setminus \{\pm 5\}$.

(d) f è strettamente decrescente in $(-\infty, -5) \cup (5, +\infty)$; f è strettamente crescente in $(-5, +5)$. f è illimitata inferiormente e superiormente. $x = -5$ è punto di minimo relativo e punto angoloso, $x = 5$ è punto di massimo relativo.

(e) $f''(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{\sqrt{(25 - x^2)^3}} & \text{se } |x| < 5, \\ 0 & \text{se } |x| > 5, \end{cases}$
f è strettamente concava in $]-5, 0[$, f è strettamente convessa in $]0, 5[$, $x = 0$ punto di flesso a tangente obliqua.

2. $\inf A = \min A = 10$, $\sup A = +\infty$, $\nexists \max A$.

3. $z_0 = \sqrt[4]{4}\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$, $z_1 = \sqrt[4]{4}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

4. Unione tra la retta $x = 0$ e la circonferenza $8(x^2 + y^2) + 5x = 0$.

5. $\frac{1}{5}$.

6. Il polinomio di Taylor di grado 2 approssimante $f(x)$ in un intorno del punto $x_0 = 1$ è
$p_2(x) = \log 7 + \dfrac{6}{7}(x-1) - \dfrac{36}{49}\dfrac{(x-1)^2}{2}$.

7. Se $\alpha = 5$ e $\beta = 4$, f è continua e derivabile in $x = 0$; se $\alpha = 5$ e $\beta \neq 4$, f è continua ma non derivabile in $x = 0$ ed il punto $x = 0$ è punto angoloso; se $\alpha \neq 5$ e β è qualsiasi, f è discontinua in $x = 0$ e $x = 0$ è punto di salto.

Fila 5

1. (a) $\operatorname{dom} f = \mathbb{R}$; non ci sono simmetrie.

(b) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$. f continua in $\mathbb{R} \setminus \{6\}$; $x = 6$ punto di salto.

(c) $f'(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{36 - x^2}} & \text{se } |x| < 6, \\ -1 & \text{se } |x| > 6, \end{cases}$ $\qquad \operatorname{dom} f' = \operatorname{dom} f \setminus \{\pm 6\}$.

(d) f è strettamente decrescente in $(-\infty,-6)\cup(6,+\infty)$; f è strettamente crescente in $(-6,+6)$. f è illimitata inferiormente e superiormente. $x=-6$ è punto di minimo relativo e punto angoloso, $x=6$ è punto di massimo relativo.

(e) $f''(x)=\begin{cases} \dfrac{x}{\sqrt{(36-x^2)^3}} & \text{se } |x|<6,\\ 0 & \text{se } |x|>6, \end{cases}$

f è strettamente concava in $]-6,0[$, f è strettamente convessa in $]0,6[$, $x=0$ punto di flesso a tangente obliqua.

2. $\inf A=\min A=\frac{21}{2}$, $\sup A=+\infty$, $\nexists \max A$.

3. $z_0=\sqrt[4]{3}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$, $z_1=\sqrt[4]{3}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

4. Unione tra la retta $x=0$ e la circonferenza $6(x^2+y^2)+6x=0$.

5. $\frac{1}{6}$.

6. Il polinomio di Taylor di grado 2 approssimante $f(x)$ in un intorno del punto $x_0=1$ è
$p_2(x)=\log 8+\dfrac{7}{8}(x-1)-\dfrac{49}{64}\dfrac{(x-1)^2}{2}$.

7. Se $\alpha=4$ e $\beta=5$, f è continua e derivabile in $x=0$; se $\alpha=4$ e $\beta\neq 5$, f è continua ma non derivabile in $x=0$ ed il punto $x=0$ è punto angoloso; se $\alpha\neq 4$ e β è qualsiasi, f è discontinua in $x=0$ e $x=0$ è punto di salto.

Fila 6

1. (a) $\operatorname{dom} f=\mathbb{R}$; non ci sono simmetrie.

(b) $\lim_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$, $\lim_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$. f continua in $\mathbb{R}\setminus\{7\}$; $x=7$ punto di salto.

(c) $f'(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{49-x^2}} & \text{se } |x|<7,\\ -1 & \text{se } |x|>7, \end{cases}$ $\qquad \operatorname{dom} f'=\operatorname{dom} f\setminus\{\pm 7\}$.

(d) f è strettamente decrescente in $(-\infty,-7)\cup(7,+\infty)$; f è strettamente crescente in $(-7,+7)$. f è illimitata inferiormente e superiormente. $x=-7$ è punto di minimo relativo e punto angoloso, $x=7$ è punto di massimo relativo.

(e) $f''(x)=\begin{cases} \dfrac{x}{\sqrt{(49-x^2)^3}} & \text{se } |x|<7,\\ 0 & \text{se } |x|>7, \end{cases}$

f è strettamente concava in $]-7,0[$, f è strettamente convessa in $]0,7[$, $x=0$ punto di flesso a tangente obliqua.

2. $\inf A=\min A=11$, $\sup A=+\infty$, $\nexists \max A$.

3. $z_0=\sqrt[4]{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$, $z_1=\sqrt[4]{2}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}+i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$.

4. Unione tra la retta $x=0$ e la circonferenza $4(x^2+y^2)+7x=0$.

5. $\frac{1}{7}$.

6. Il polinomio di Taylor di grado 2 approssimante $f(x)$ in un intorno del punto $x_0=1$ è
$p_2(x)=\log 9+\dfrac{8}{9}(x-1)-\dfrac{64}{81}\dfrac{(x-1)^2}{2}$.

7. Se $\alpha = 3$ e $\beta = 6$, f è continua e derivabile in $x = 0$; se $\alpha = 3$ e $\beta \neq 6$, f è continua ma non derivabile in $x = 0$ ed il punto $x = 0$ è punto angoloso; se $\alpha \neq 3$ e β è qualsiasi, f è discontinua in $x = 0$ e $x = 0$ è punto di salto.