

---

Cognome e nome ..... Firma .....

Corso di Laurea:  $\diamond$  AMBL;  $\diamond$  CIVL;

---

**Istruzioni**

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 160 min.

- 
1. Sia  $a_n = \tan\left(\frac{(n+2)\pi}{3(3n^2+2)}\right)$ , con  $n \geq n_0 = 0$ .

Determinare il carattere (convergente, divergente o indeterminato) della successione  $\{a_n\}_{n \geq n_0}$  e calcolare, se esiste,  $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$ .

**Risposta [punti 1]:**

Calcolare inoltre  $\inf_{n \geq n_0} a_n$ ,  $\sup_{n \geq n_0} a_n$  e, se esistono,  $\min_{n \geq n_0} a_n$ ,  $\max_{n \geq n_0} a_n$ .

**Risposta [punti 2]:**

- 
2. Scrivere in forma cartesiana le radici terze del numero complesso  $w = 3 \left[ \frac{i - \sqrt{3}}{\sqrt{3} + i} - \frac{1 + \sqrt{3}i}{2} \right]$

**Risposta [punti 3]:**

- 
3. Determinare il luogo geometrico degli  $z \in \mathbb{C}$  tali che  $\operatorname{Re}[7z - 8\bar{z} - 3\operatorname{Im}z + z^2 + z\bar{z}] = 0$

**Risposta [punti 2,5]:**

---

4. Calcolare il limite della successione  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n^7 + 3 + \sin^2(n!))(n^{(14/n^7)} - 1)}{\log[(n+5)!] - \log[(n+3)!]}$

**Risposta [punti 3,5]:**

---

5. Sia data la seguente funzione  $f$  reale di variabile reale:

$$f(x) = x - \sqrt{e^x + 3}.$$

Nello spazio lasciato alla fine di questo esercizio, tracciare un grafico qualitativo della funzione  $f$ , in accordo con le risposte date alle domande che seguono.

Determinare il dominio di  $f$  ed eventuali simmetrie.

**Risposta [punti 1]:**

Determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per  $f$  e classificarli.

**Risposta [punti 2]:**

Calcolare la funzione derivata prima di  $f$ .

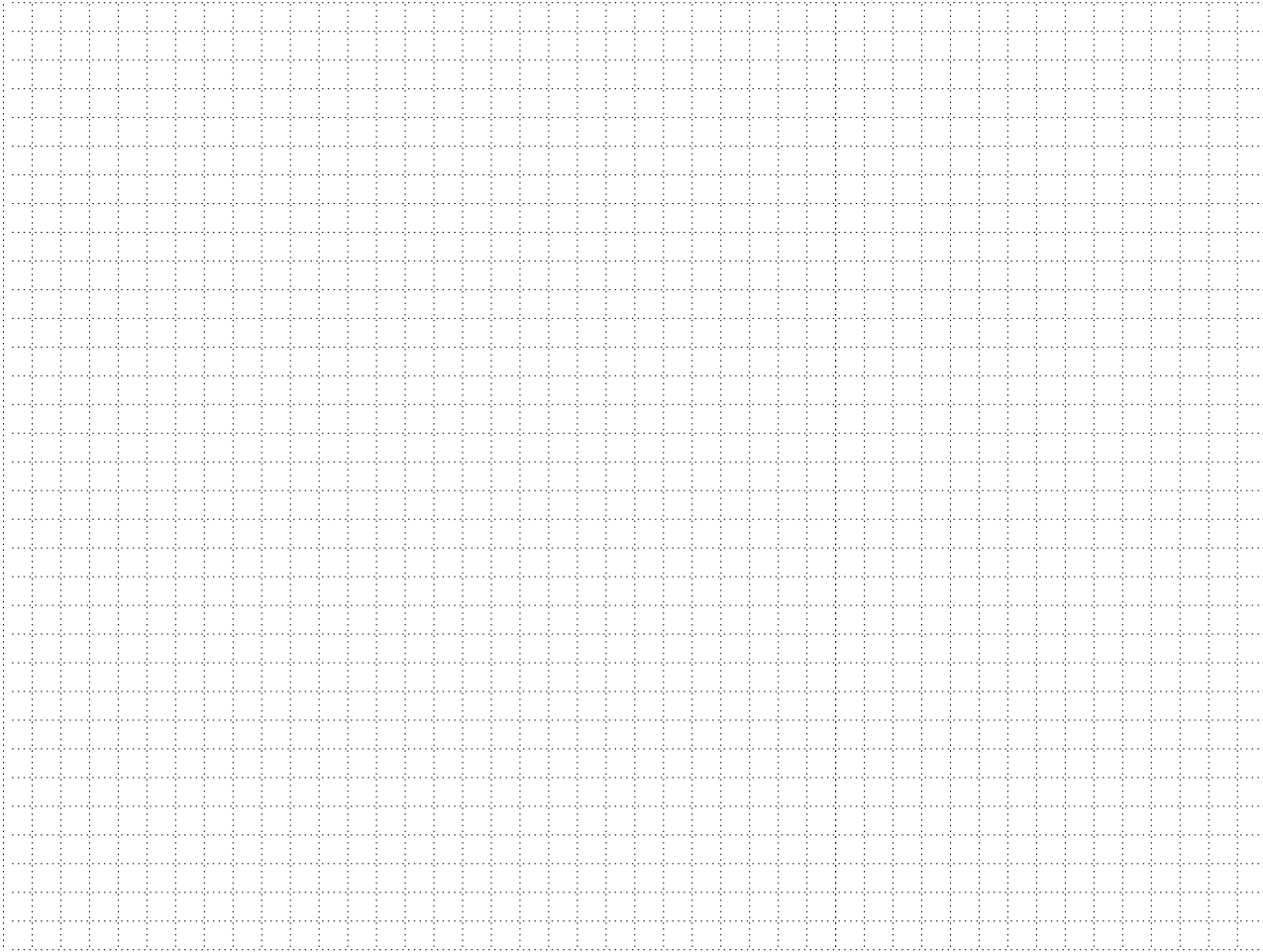
**Risposta [punti 1]:**

Studiare la crescita e decrescita di  $f$ , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per  $f$ .

**Risposta [punti 2]:**

Calcolare la funzione derivata seconda di  $f$  e studiare la concavità e la convessità di  $f$ , calcolando gli eventuali punti di flesso per  $f$ .

**Risposta [punti 2]:**



---

6. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4[\cos(2x) + \sin^2(\frac{2}{\sqrt{2}}x) - 1]}{x(e^{2x} - \cosh(2x) - 2x)}$$

**Risposta [punti 3]:**

---

7. Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la seguente funzione:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{(x-7)}{\arctan(x-7)} + \frac{e^{x-8} - 1}{(x-8)^2} & \text{se } x \neq 7 \text{ e } x \neq 8 \\ e^{-1} & \text{se } x = 7 \text{ o } x = 8. \end{cases}$$

Discutere la continuità di  $f$  nel suo dominio.

**Risposta [punti 3]:**

---

8. Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la seguente funzione:

$$f(x) = \begin{cases} -1 & \text{se } x < 1 \\ (x-1)\sqrt{x-1} - \sqrt{|x-2|} & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

Discutere la derivabilità di  $f$  nel suo dominio.

**Risposta [punti 4]:**

---