

Cognome e nome ..... Firma .....

Corso di Laurea:   ◇ AMBL;   ◇ CIVL;

### Istruzioni

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 160 min.

1. Determinare  $\inf A$ ,  $\sup A$  ed eventualmente  $\min A$ ,  $\max A$ , essendo

$$A = \left\{ 3 \arctan \left[ \log \left( \frac{n+1}{n^2} \right) \right], n \geq 1 \right\}.$$

**Risposta [punti 3]:**

---

2. Scrivere in forma cartesiana le radici terze del numero complesso

$$w = \sqrt{2} \left( \frac{4 - 4i}{|2 - 2i|} \right) - 2$$

**Risposta [punti 3]:**

---

3. Determinare il luogo geometrico degli  $z \in \mathbb{C}$  tali che

$$(z + 2\bar{z})^2 + |z - 3|^2 - 10(\operatorname{Re} z)^2 = 0.$$

**Risposta [punti 3]:**

---

4. Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left\{ \exp \left[ \frac{\log(1 + \frac{2}{n})}{\sin(\frac{3}{n})} \right] + \frac{2^n + \cos n}{3^n} \right\}$$

**Risposta [punti 3]:**

---

5. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{[4 \sin(1 - \cos x)]^2}{x [\sinh(2\sqrt[3]{3}x) - \sin(2\sqrt[3]{3}x)]}$$

**Risposta [punti 3]:**

---

6. Sia data la seguente funzione  $f$  reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \exp\left(\frac{8x+1}{x^2-1}\right)$$

**Sul foglio di protocollo, tracciare un grafico qualitativo della funzione  $f$ , in accordo con i risultati ottenuti.**

Determinare il dominio di  $f$  ed eventuali simmetrie.

**Risposta [punti 1]:**

---

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per  $f$ .

**Risposta [punti 2]:**

---

Calcolare la funzione derivata prima di  $f$ .

**Risposta [punti 1]:**

---

Studiare la crescita e decrescita di  $f$ , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per  $f$ .

**Risposta [punti 2]:**

---

Calcolare la funzione derivata seconda di  $f$

**Risposta [punti 2]:**

---

Dal calcolo dei limiti di  $f'$  (senza studiare il segno di  $f''$ ) stabilire in quali sottoinsiemi del suo dominio  $f$  ammette sicuramente almeno un punto di flesso.

**Risposta [punti 2]:**

---

7. Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} \sin\left(\frac{1}{x-7}\right) + \frac{\log[1+(x-8)^2]}{(x-8)^3} & \text{se } x \neq 7 \text{ e } x \neq 8, \\ 0 & \text{se } x = 7 \text{ o } x = 8, \end{cases}$$

Determinare e classificare eventuali punti di discontinuità di  $f$ .

**Risposta [punti 3]:**

---

8. Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$f(x) = (x-2)\sqrt[3]{x+2}$$

Determinare e classificare eventuali punti di non derivabilità di  $f$ .

**Risposta [punti 2]:**

---

1. Determinare  $\inf A$ ,  $\sup A$  ed eventualmente  $\min A$ ,  $\max A$ , essendo

$$A = \left\{ 3 \arctan \left[ \log \left( \frac{n+1}{n^2} \right) \right], n \geq 1 \right\}.$$

**Risposta [punti 3]:**

---

2. Scrivere in forma cartesiana le radici terze del numero complesso

$$w = \sqrt{2} \left( \frac{4-4i}{|2-2i|} \right) - 2$$

**Risposta [punti 3]:**

---

3. Determinare il luogo geometrico degli  $z \in \mathbb{C}$  tali che

$$(z + 2\bar{z})^2 + |z - 3|^2 - 10(\operatorname{Re} z)^2 = 0.$$

**Risposta [punti 3]:**

---

4. Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \left\{ \exp \left[ \frac{\log(1 + \frac{2}{n})}{\sin(\frac{2}{n})} \right] + \frac{2^n + \cos n}{3^n} \right\}$$

**Risposta [punti 3]:**

---

5. Calcolare il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{[4 \sin(1 - \cos x)]^2}{x [\sinh(2 \sqrt[3]{3} x) - \sin(2 \sqrt[3]{3} x)]}$$

**Risposta [punti 3]:**

---

6. Sia data la seguente funzione  $f$  reale di variabile reale definita da:

$$f(x) = \exp \left( \frac{8x+1}{x^2-1} \right)$$

**Sul foglio di protocollo, tracciare un grafico qualitativo della funzione  $f$ , in accordo con i risultati ottenuti.**

Determinare il dominio di  $f$  ed eventuali simmetrie.

**Risposta [punti 1]:**

---

Calcolare i limiti alla frontiera del dominio e determinare eventuali asintoti (verticali, orizzontali, obliqui) per  $f$ .

**Risposta [punti 2]:**

---

Calcolare la funzione derivata prima di  $f$ .

**Risposta [punti 1]:**

---

Studiare la crescita e decrescita di  $f$ , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per  $f$ .

**Risposta [punti 2]:**

---

Calcolare la funzione derivata seconda di  $f$

**Risposta [punti 2]:**

---

Dal calcolo dei limiti di  $f'$  (senza studiare il segno di  $f''$ ) stabilire in quali sottoinsiemi del suo dominio  $f$  ammette sicuramente almeno un punto di flesso.

**Risposta [punti 2]:**

---

7. Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$f(x) = \begin{cases} \sin \left( \frac{1}{x-7} \right) + \frac{\log[1 + (x-8)^2]}{(x-8)^3} & \text{se } x \neq 7 \text{ e } x \neq 8, \\ 0 & \text{se } x = 7 \text{ o } x = 8, \end{cases}$$

Determinare e classificare eventuali punti di discontinuità di  $f$ .

**Risposta [punti 3]:**

---

8. Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione definita da

$$f(x) = (x-2) \sqrt[3]{x+2}$$

Determinare e classificare eventuali punti di non derivabilità di  $f$ .

**Risposta [punti 2]:**

---