

Cognome e nome ..... Firma .....

Corso di Laurea:   ◇ AMBL;   ◇ CIVL;

**Istruzioni**

1. COMPILARE la parte precedente queste istruzioni, in particolare, **scrivere cognome e nome (in stampatello), firmare e segnare il proprio corso di laurea.**
2. SCRIVERE, in modo incontrovertibile, la risposta nello spazio lasciato dopo ogni quesito; in caso di correzione, barrare la risposta errata e scrivere accanto la nuova risposta.
3. I PUNTEGGI attribuiti per la risposta esatta sono indicati alla fine di ogni quesito.
4. PROIBITO usare libri, quaderni, calcolatori, telefoni cellulari.
5. CONSEGNARE **questo foglio e tutti i fogli di protocollo.**
6. TENERE il foglio B come promemoria delle risposte date.
7. TEMPO a disposizione: 160 min.

1. Sia data la seguente funzione  $f$  reale di variabile reale:

$$f(x) = \begin{cases} -x - \frac{\pi}{2} - 2 & \text{se } x < -2, \\ \arcsin\left(\frac{x}{2}\right) & \text{se } -2 \leq x \leq 2, \\ -x & \text{se } x > 2, \end{cases}$$

**Sul foglio di protocollo, tracciare un grafico qualitativo della funzione  $f$ , in accordo con i risultati ottenuti.**

Determinare il dominio di  $f$  ed eventuali simmetrie.

**Risposta [punti 1]:**

Calcolare  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  e  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ . Discutere inoltre la continuità di  $f$  nel suo dominio e, qualora si individuino dei punti di discontinuità, classificarli.

**Risposta [punti 1]:**

Calcolare la funzione derivata prima di  $f$  e determinarne il dominio, classificando eventuali punti di non derivabilità.

**Risposta [punti 2]:**

Studiare la crescita e decrescita di  $f$ , calcolando, qualora esistano, punti di massimo/minimo relativo e punti di massimo/minimo assoluto per  $f$ .

**Risposta [punti 2]:**

Calcolare la funzione derivata seconda di  $f$  e studiare la concavità e la convessità di  $f$ , calcolando gli eventuali punti di flesso per  $f$ .

**Risposta [punti 2]:**

- 
2. Determinare  $\inf A$ ,  $\sup A$  ed eventualmente  $\min A$ ,  $\max A$ , essendo

$$A = \left\{ \max \left\{ \frac{8n+1}{n}, n^2+1 \right\}, n \in \mathbb{N}^+ \right\}.$$

**Risposta [punti 3]:**

---

3. Scrivere in forma cartesiana le radici quarte del numero complesso  $w = -\frac{7}{\sqrt{2}}|1-i|$  aventi parte immaginaria positiva.

**Risposta [punti 3]:**

---

4. Determinare il luogo geometrico degli  $z \in \mathbb{C}$  tali che

$$[\operatorname{Re}(7z\bar{z} + 2\bar{z})]^2 = 49|z|^4.$$

**Risposta [punti 3]:**

---

5. Calcolare  $\lim_{n \rightarrow +\infty} 2n^{7/2} \frac{\sqrt{n^3 + \frac{7}{n}} - \sqrt{n^3}}{\log \left[ \left(1 + \frac{7}{n}\right)^{2n^2} \right]}.$

**Risposta [punti 4]:**

---

6. Calcolare il polinomio di Taylor di grado 2 approssimante la funzione  $f(x) = \log(3x+1)$  in un intorno del punto  $x_0 = 1$ .

**Risposta [punti 3]:**

---

7. Sia  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la seguente funzione:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(\alpha x)}{8x} & \text{se } x < 0, \\ (\beta - 1)\sqrt{x} + \cos x & \text{se } x \geq 0. \end{cases}$$

Dire per quali valori di  $\alpha$  e  $\beta$  la funzione  $f$  è continua e derivabile in  $x = 0$ . Negli altri casi classificare il tipo di discontinuità e di non derivabilità in  $x = 0$ .

**Risposta [punti 6]:**

---